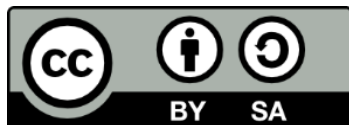


Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές II

Ενότητα 2: Θεωρήματα άλγεβρας Boole

Σταύρος Σουραβλάς

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΠΡΑΞΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΑ

- Πράξη μεταβλητής με σταθερά (όχι ουδέτερο στοιχείο)
- $x+1$
- $x \cdot 0$
- Τα αποτελέσματα των πράξεων είναι ίσα με τη σταθερά

ΠΡΑΞΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΑ

- Η απόδειξη του θεωρήματος $x \cdot 0=0$ γίνεται με δυισμό

$$\begin{aligned}x + 1 &= 1 \cdot (x + 1) && \text{(ουδέτερο στοιχείο, 4(\beta))} \\ &= (x + \bar{x})(x + 1) && \text{(συμπλήρωμα, 5(\alpha))} \\ &= x + \bar{x} \cdot 1 && \text{(επιμεριστική, 3(\beta))} \\ &= x + \bar{x} && \text{(ουδέτερο στοιχείο, 4(\beta))} \\ &= 1 && \text{(συμπλήρωμα, 5(\alpha))}\end{aligned}$$

ΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΠΛΗΣ ΑΡΝΗΣΗΣ

- $(x')' = x$
- Απόδειξη 1: $x + x' = 1$ και $xx' = 0$ (άρα το συμπλήρωμα του x' είναι x)
- Απόδειξη 2: Με πίνακα αληθείας

ΘΕΩΡΗΜΑ De Morgan

- 1. $(x+y)' = x'y'$
- 2. $(xy)' = x'+y'$
- Απόδειξη με πίνακες αληθείας

ΘΕΩΡΗΜΑ Απορρόφησης

- 1. $x+xy=x$
- 2. $x(x+y)=x$
- 3. $x+x'y=x+y$
- 4. $x(x'+y)=xy$
- Π.χ., για την (1): $x+xy=x \cdot 1+xy=x(1+y)$
(επιμεριστική) $= x \cdot 1=x$

ΛΟΓΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

- Μία έκφραση με n μεταβλητές που περιέχει έναν ή και τους δύο τελεστές της Άλγεβρας Boole

ΠΙΝΑΚΕΣ ΑΛΗΘΕΙΑΣ

- Πίνακας που απεικονίζει τις τιμές μίας λογικής συνάρτησης για όλους τους συνδυασμούς των μεταβλητών

Πίνακας αληθείας της $F_1 = x y + x \bar{y} \bar{z}$

x	y	z	F_1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

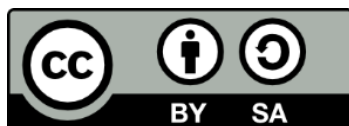
ΒΑΣΙΚΕΣ ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

- 1. ΚΑΙ
- 2. Ή
- 3. ΌΧΙ ΚΑΙ
- 4. ΟΥΤΕ
- 5. Συμπλήρωμα
- 6. Αποκλειστικό Ή
- 7. Αποκλειστικό ΟΥΤΕ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- Λογική έκφραση σύγκρισης 2 αριθμών τεσσάρων bit
- $(a_3 \text{ xnor } b_3) \text{ AND } (a_2 \text{ xnor } b_2) \text{ AND}$
- $(a_1 \text{ xnor } b_1) \text{ AND } (a_0 \text{ xnor } b_0)$

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

