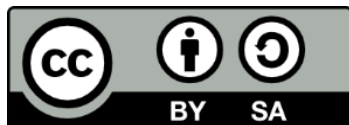


# Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές II

## Ενότητα 1: Άλγεβρα Boole

Σταύρος Σουραβλάς

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άλγεβρα Boole

- Οι υπολογιστές λειτουργούν σε 2 καταστάσεις (0,1)
- Απλοποιημένη άλγεβρα με πράξεις πάνω στα σύμβολα 0 και 1

# Άλγεβρα Boole (2)

- Αλγεβρική δομή που ορίζεται από
  - Ένα σύνολο τελεστών
  - Ένα σύνολο στοιχείων
  - Ένα σύνολο αξιωμάτων

# Τελεστές

- Κανόνας αντιστοίχισης ενός ζεύγους στοιχείων ενός συνόλου σε ένα άλλο στοιχείο
- +
- ·
- ' (απόσπασμα)

# Στοιχεία και Αξιώματα

- Σύνολο  $S$  αποτελούμενο από τα 0 και 1
- $S = \{0, 1\}$
- Αξιώματα: Προτάσεις που συνδυάζουν τα στοιχεία και τους τελεστές. Τα αποδεχόμαστε χωρίς απόδειξη

# Άλγεβρα Boole

- Ορίζεται στο σύνολο  $A = \{0, 1, +, \cdot, '\}$
- Κανόνες λειτουργίας τελεστών
- $+$  (Λογικό Ή): Δίνει αποτέλεσμα 0 αν τα 2 στοιχεία του  $S$  είναι 0 και 1 αν έστω 1 από αυτά είναι 1
- $\cdot$  (Λογικό ΚΑΙ): Δίνει αποτέλεσμα 1 αν και τα 2 στοιχεία του  $S$  είναι 1 και 0 αν έστω 1 από αυτά είναι 0
- $'$  (Συμπλήρωμα): Για κάθε στοιχείο  $x$  στο  $S$ , αν  $x=1$ ,  $x'=0$ , αν  $x=0$ ,  $x'=1$ ,



# Πίνακες Αληθείας

- Αναπαράσταση της σχέσης ανάμεσα στις εισόδους και εξόδους ενός συστήματος

x	y	x+y	x·y	x'
0	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	0

# Αξιώματα Άλγεβρας Boole

- Κλειστότητα: το αποτέλεσμα κάθε πράξης βρίσκεται μέσα στο  $S$ , δηλαδή είναι 0 ή 1
- Αντιμεταθετικότητα: Η διάταξη των στοιχείων δεν παίζει ρόλο:  $0+1=1+0=1$  και  $0\cdot 1=1\cdot 0=0$
- Προσεταιριστικότητα:  $(x+y)+z=x+(y+z)$  και  $(x\cdot y)\cdot z=x\cdot (y\cdot z)$  . Απόδειξη με πίνακα αληθείας
- Επιμεριστικότητα:  $x\cdot (y+z)=xy+xz$  (επιμερισμός πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση)
- $x+(y\cdot z)=(x+y)\cdot (x+z)$  (επιμερισμός πρόσθεσης ως προς τον πολλαπλασιασμό)

# Αξιώματα Άλγεβρας Boole (2)

- Ουδέτερο στοιχείο:  $x+0=0+x=0$  (ουδέτερο στοιχείο πρόσθεσης)
- $x \cdot 1=1 \cdot x=x$  (ουδέτερο στοιχείο πολλαπλασιασμού)
- Συμπλήρωμα:  $x + x' = 1$
- $x \cdot x' = 0$

# Προτεραιότητα Τελεστών

- Παρενθέσεις
- Συμπληρώματα
- ΚΑΙ
- Ή
- Π.χ., η έκφραση  $(0+1)' \cdot 0 \cdot 1+1'$ . Ναδειχτεί ότι ισούται με 0.

# Δυϊσμός Άλγεβρας Boole

- Δυϊσμός: Κάθε αλγεβρική έκφραση ισχύει αν αλλάξουμε τα + σε  $\cdot$  και αντίστροφα και τα 0 σε 1 και αντίστροφα.
- π.χ.  $x+x'=1$  και  $x \cdot x'=0$
- $x+0=x$  και  $x \cdot 1=x$

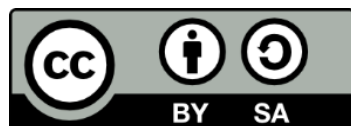
# Θεωρήματα Άλγεβρας Boole

- Πράξεις μεταβλητής με τον εαυτό της
- Πράξεις μεταβλητής με σταθερά
- Διπλή άρνηση
- De Morgan
- Απορρόφηση

# Πράξεις μεταβλητής με τον εαυτό της

- $x+x = (x+x) \cdot 1$  (ουδέτερο στοιχείο)
  - $= (x+x)(x+x')$  (συμπλήρωμα)
  - $= (x+xx')$  (επιμεριστικότητα της πρόσθεσης  
ως προς τον πολλαπλασιασμό)
  - $= (x+0)$  (συμπλήρωμα)
  - $= x$  (ουδέτερο στοιχείο)
- 
- Ομοίως,  $x \cdot x = x$  (με διΐσμό)
  - Άλλη απόδειξη: Με πίνακες αληθείας

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

