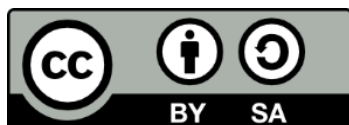


ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

Ενότητα 1: Άλγεβρα Boole Απλοποίηση Λογικών Συναρτήσεων

Σταύρος Σουραβλάς
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΛΟΓΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

- Κανονικές μορφές έκφρασης: Αθροίσματα ελαχιστόρων και γινόμενα μεγιστόρων
- Πρότυπες μορφές: Αθροίσματα γινομένων και γινόμενα αθροισμάτων

ΕΛΑΧΙΣΤΟΡΟΙ ΚΑΙ ΜΕΓΙΣΤΟΡΟΙ

| x | y | z | Ελαχιστόρος | Συμβολισμός | Μεγιστόρος | Συμβολισμός |
|---|---|---|---------------------------|-------------|-------------------------------|-------------|
| 0 | 0 | 0 | $\bar{x} \bar{y} \bar{z}$ | m_0 | $x + y + z$ | M_0 |
| 0 | 0 | 1 | $\bar{x} \bar{y} z$ | m_1 | $x + y + \bar{z}$ | M_1 |
| 0 | 1 | 0 | $\bar{x} y \bar{z}$ | m_2 | $x + \bar{y} + z$ | M_2 |
| 0 | 1 | 1 | $\bar{x} y z$ | m_3 | $x + \bar{y} + \bar{z}$ | M_3 |
| 1 | 0 | 0 | $x \bar{y} \bar{z}$ | m_4 | $\bar{x} + y + z$ | M_4 |
| 1 | 0 | 1 | $x \bar{y} z$ | m_5 | $\bar{x} + y + \bar{z}$ | M_5 |
| 1 | 1 | 0 | $x y \bar{z}$ | m_6 | $\bar{x} + \bar{y} + z$ | M_6 |
| 1 | 1 | 1 | $x y z$ | m_7 | $\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$ | M_7 |

ΧΑΡΤΗΣ ΚΑΡΝΑUGH

- Αποτελείται από τετράγωνα, ένα τετράγωνο για κάθε ελαχιστόρο
- Μονάδα γράφεται στα τετράγωνα που αντιστοιχούν σε ελαχιστόρους για τους οποίους η λογική συνάρτηση είναι 1

ΤΥΠΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΧΑΡΤΗ

- Στην τοποθέτηση, οι διαδοχικοί όροι διαφέρουν κατά 1 bit
- Γειτονικά τετράγωνα: Όσα διαφέρουν κατά 1 bit

ΤΥΠΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΧΑΡΤΗ

- 2 μεταβλητών

| | | | |
|---|---|---|---|
| | B | 0 | 1 |
| A | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | 2 | 3 |

- 3 μεταβλητών

| | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|
| | BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | 0 | 0 | 1 | 3 | 2 |
| | 1 | 4 | 5 | 7 | 6 |

- μεταβλητών

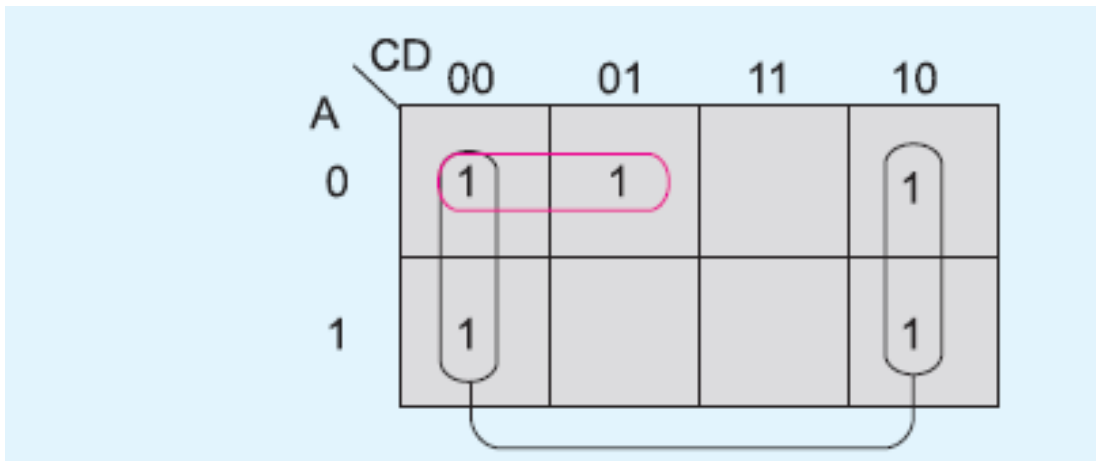
| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
| AB | 00 | 0 | 1 | 3 | 2 |
| | 01 | 4 | 5 | 7 | 6 |
| | 11 | 12 | 13 | 15 | 14 |
| | 10 | 8 | 9 | 11 | 10 |

ΒΗΜΑΤΑ ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗΣ

- Κατασκευάζουμε το χάρτη ανάλογα με το πλήθος των μεταβλητών
- Τοποθετούμε τις μονάδες
- Λαμβάνουμε ομάδες γειτονικών τετραγώνων με πλήθος δύναμη του 2: 1, 2, 4, 8. Το πλήθος πρέπει να είναι το μέγιστο δυνατό
- Από κάθε ομάδα εξάγουμε έναν όρο ως εξής: Αν μία μεταβλητή αλλάζει τιμή μέσα στην ομάδα, εξαλείφεται. Αν όχι τότε γράφεται σε κανονική μορφή αν παραμένει σταθερά 1 και σε συμπληρωματική αν παραμένει σταθερά 0.

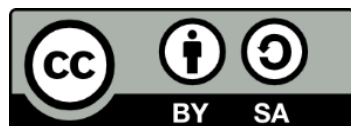
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

$$F = \Sigma(0, 1, 2, 4, 6)$$



$$F = D' + A'C'$$

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

