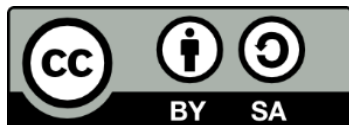


# ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ & ΔΙΚΤΥΑΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ενότητα 22: Ανάπτυξη Κώδικα σε Matlab για  
την επίλυση Γραμμικών Προβλημάτων με τον  
Αναθεωρημένο Αλγόριθμο Simplex

Σαμαράς Νικόλαος  
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Στόχοι Εργαστηρίου

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΑΝΑΘΕΩΡΗΜΕΝΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ SIMPLEX

- Προσδιορισμός Μεταβλητών Εισόδου/Εξόδου
- Υλοποίηση Αλγορίθμου
- Αποσφαλμάτωση Κώδικα
- Δοκιμή Κώδικα σε Τυχαία Γ.Π.
- Βελτιστοποίηση Κώδικα

# Προγραμματισμός Αλγορίθμου Simplex (1)

Γραμμικά προβλήματα της μορφής

$$\begin{array}{llll} \min & z & = & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mu.π. & & & \mathbf{Ax} \quad \otimes \quad \mathbf{b} \\ & & & \mathbf{x} \quad \geq \quad 0 \end{array}$$

$$\otimes = \{\leq, =, \geq\}$$

# Προγραμματισμός Αλγορίθμου Simplex (2)

Ο αλγόριθμος simplex εφαρμόζεται στο Γ.Π. της μορφής

$$\begin{array}{ll} \min & z = c^T x \\ \text{μ.π.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

Βήμα 0: (Αρχικοποίηση). Ξεκινά με μια εφικτή βασική διαμέριση  $(B, N)$  του γραμμικού προβλήματος. Υπολόγισε τη μήτρα  $B^{-1}$  και τα διανύσματα  $x_B$ ,  $s_N$  και  $w$ .

Βήμα 1: (Έλεγχος βελτιστότητας). Αν  $s_N \geq 0$ , STOP, το πρόβλημα είναι βέλτιστο.

# Προγραμματισμός Αλγορίθμου Simplex (3)

Βήμα 2: (Επιλογή εισερχόμενης/εξερχόμενης μεταβλητής). α) Επέλεξε την εισερχόμενη μεταβλητή με τον κανόνα του Dantzig. Η μεταβλητή  $x_l$  είναι εισερχόμενη, όπου  $l=N(t)$ . β) Υπολόγισε τη στήλη περιστροφής  $h_l$ . Αν ισχύει  $h_l \leq 0$ , STOP, το πρόβλημα είναι απεριόριστο. Διαφορετικά, επέλεξε την εξερχόμενη μεταβλητή με τον έλεγχο ελαχίστου λόγου. Η μεταβλητή  $x_k$  είναι εξερχόμενη όπου  $x_{B(r)}=x_k$ .

Βήμα 3: (Περιστροφή). Ανανέωσε τα σύνολα δεικτών B και N. Θέσε  $N(t)=k$  και  $B(r)=l$ . Υπολόγισε τη νέα αντίστροφη της βάσης,  $\bar{B}^{-1}$  και τα διανύσματα  $x_B$  και  $s_N$ . Πήγαινε στο Βήμα 1.

Επαναλαμβάνονται τα βήματα 1 ως 3.

# Μεταβλητές Εισόδου/Εξόδου (1)

ΟΝΟΜΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ: `simplex`

ΑΡΧΕΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ: `simplex.m`

ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΙΣΟΔΟΥ:

`A`: Μήτρα συντελεστών ( $m \times n$ )

`c`: Διάνυσμα κόστους ( $1 \times n$ )

`b`: Διάνυσμα δεξιού μέρους ( $m \times 1$ )

`eqin`: Διάνυσμα είδους περιορισμών ( $m \times 1$ ).

Παίρνει τις τιμές

0 – Περιορισμός της μορφής =

-1 – Περιορισμός της μορφής <=

1 – Περιορισμός της μορφής >=



# Μεταβλητές Εισόδου/Εξόδου (2)

`minmax`: Είδος αντικειμενικής συνάρτησης ( $1 \times 1$ ).

Παίρνει τις τιμές:

-1 - Πρόβλημα ελαχιστοποίησης (`minimization`)

+1 - Πρόβλημα μεγιστοποίησης (`maximization`)

`name`: Όνομα του προβλήματος (`string`)

`jb`: Διάνυσμα δεικτών αρχικών βασικών μεταβλητών ( $1 \times k$ ),  $1 \leq k \leq m$

# Μεταβλητές Εισόδου/Εξόδου (3)

`re_inn`: Αριθμός επαναλήψεων για εκτέλεση  
πλήρους περιστροφής της βάσης (1x1)

`tol1`: Εισαγωγή ανοχής (`tolerance`) (1x1) για  
τη μεταβλητή `x_B`

`tol2`: Εισαγωγή ανοχής (`tolerance`) (1x1) για  
τις μεταβλητές `s_N`, `H_rN`

`tol3`: Εισαγωγή ανοχής (`tolerance`) (1x1) για  
τη μεταβλητή `h`

`c0`: Σταθερός όρος `z` αν υπάρχει (1x1).  
Αν δεν υπάρχει παίρνει την τιμή 0.

# Μεταβλητές Εισόδου/Εξόδου (4)

## ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΞΟΔΟΥ

**z:** Βέλτιστη τιμή αντικειμενικής  
συνάρτησης (1x1)

**solution\_time:** Συνολικός χρόνος επίλυσης (1x1)

**niter:** Συνολικός αριθμός επαναλήψεων (1x1)

**B:** Δείκτες βέλτιστων βασικών μεταβλητών (1xm)

**x\_B:** Τιμές βέλτιστων βασικών μεταβλητών (mx1)

# Μεταβλητές Εισόδου/Εξόδου (5)

`optimal`: Αν `optimal=1` τότε βρέθηκε βέλτιστη λύση.

Αν `optimal=0` το πρόβλημα είναι αδύνατο.

Αν `optimal=2` το πρόβλημα είναι απεριόριστο.

`dense`: Ποσοστό μη-μηδενικών στοιχείων της μήτρας  $A$

# Ανανέωση της Βάσης

$$B^{-1} = (BE)^{-1} = E^{-1} B^{-1}$$

$$E^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & -h_{1l}/h_r & & \\ & \ddots & \vdots & & \\ & & 1/h_r & & \\ & & \vdots & \ddots & \\ & & -h_{ml}/h_r & & 1 \end{bmatrix}$$

# Άσκηση (1)

Να λυθεί το παρακάτω γραμμικό πρόβλημα μεγιστοποίησης (example1.mat)

$$c = \begin{matrix} -3 & 2 & -5 & 1 \end{matrix}$$

$$A = \begin{matrix} -2 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{matrix}$$

$$\text{eqin} = \begin{matrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{matrix}$$

$$b = \begin{matrix} 10 \\ 4 \\ 7 \end{matrix}$$

# Άσκηση (2)

**c =**

3      -2      5      -1

%Προσθήκη χαλαρών μεταβλητών

**c =**

3      -2      5      -1      0      0      0

**A =**

-2      3      1      4      1      0      0

0      -2      3      4      0      1      0

3      1      1      2      0      0      1

# Άσκηση (3)

```
B = 5      6      7      N = 1      2      3      4
B_inv =
      1      0      0
      0      1      0
      0      0      1
x_B =
      10
      4
      7
s_N =      3      -2      5      -1
```



# Άσκηση (4)

```
l = 2 %Δείκτης εισερχόμενης μεταβλητής
h = %στήλη περιστροφής
    3
   -2
    1
k = 5 %Δείκτης εξερχόμενης μεταβλητής
    %Ανανέωση B και N
B = 2      6      7      N = 1      5      3      4
```

# Άσκηση (5)

`E_inv= %Eta μήτρα`

`1/3 0 0`

`2/3 1 0`

`-1/3 0 1`

`B_inv = %Αντίστροφη της βάσης`

`1/3 0 0`

`2/3 1 0`

`-1/3 0 1`

# Άσκηση (6)

$$\mathbf{x}_B =$$

$$10/3$$

$$32/3$$

$$11/3$$

$$\mathbf{s}_N =$$

$$5/3$$

$$2/3$$

$$17/3$$

$$5/3$$

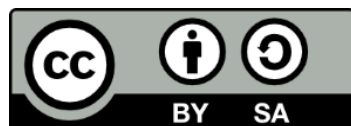
$$\mathbf{z} =$$

$$-20/3$$

$$\mathbf{z} = -\mathbf{z}$$

$$\mathbf{z} = 20/3$$

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ