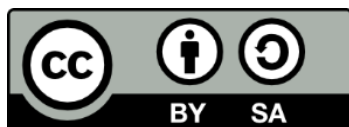


# ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ & ΔΙΚΤΥΑΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

## Ενότητα 6: Κατηγοριοποίηση Λογισμικού Βελτιστοποίησης, Χρήση Standard Excel Solver

Σαμαράς Νικόλαος  
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



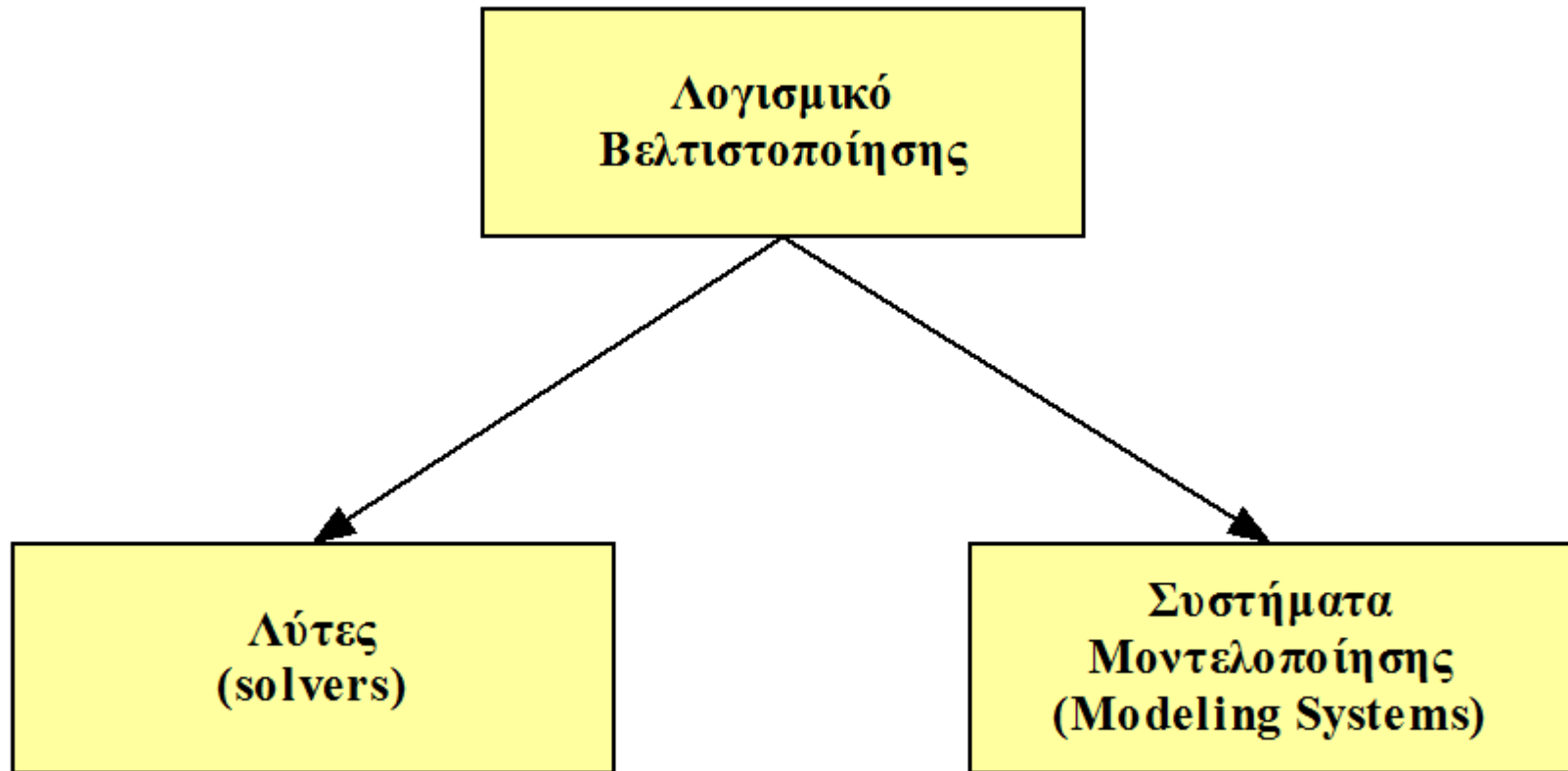
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

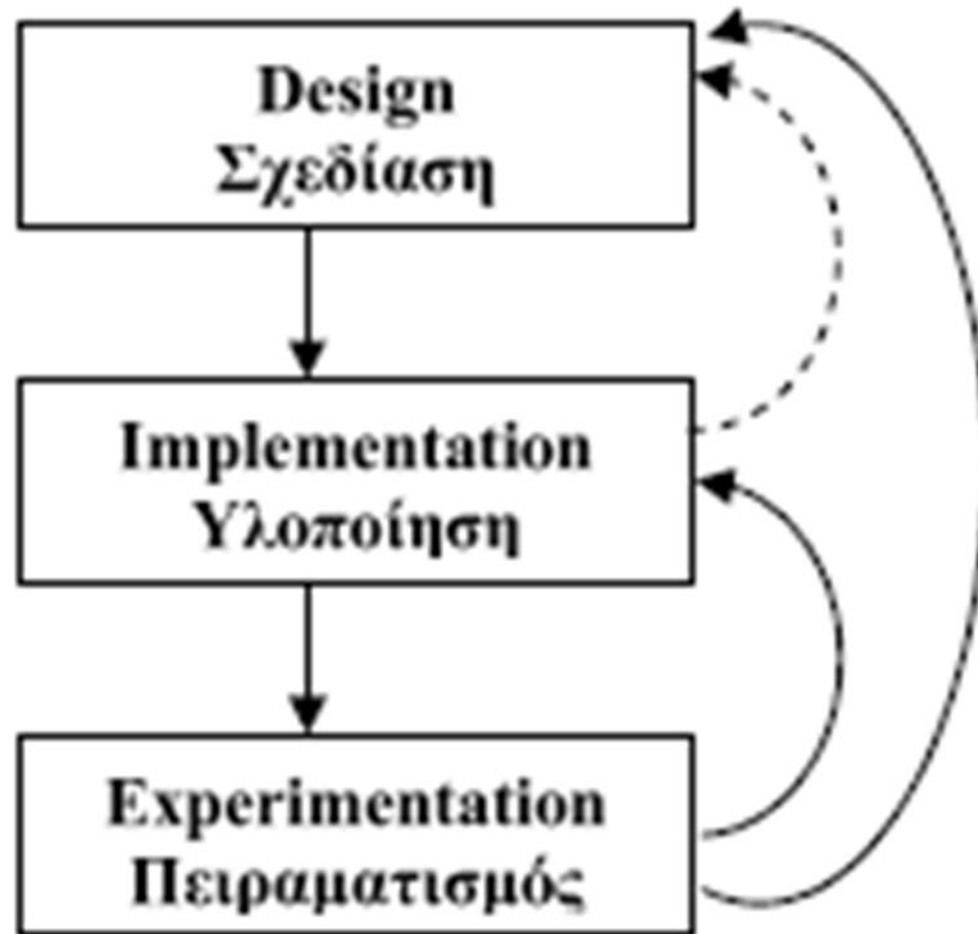


ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (1)



# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (2)



# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (3)

## Χαρακτηριστικά Λογισμικού Βελτιστοποίησης

Ευρωστία (robustness).

Αποδοτικότητα (efficiency).

Χωρητικότητα (capacity).

Μεταφερισιμότητα (portability). 1) binary και 2) source level

Κλιμάκωση μνήμης (memory scalability).

Επεκτασιμότητα (extensibility).

Σταθερότητα κώδικα (code stability).

Συντηρησιμότητα (maintainability).

Φιλικότητα προς το χρήστη (user friendliness).

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (4)

| Χαρακτηριστικά λογισμικού βελτιστοποίησης | Σχεδίαση αλγορίθμου | Φάση υλοποίησης |
|---|---------------------|-----------------|
| Robustness(αξιοπιστία και ακρίβεια)       | x                   | x               |
| Efficiency                                | x                   | x               |
| Capacity                                  | x                   | x               |
| Portability                               |                     | x               |
| Modularity                                |                     | x               |
| Code stability                            |                     | x               |
| Maintainability                           |                     | x               |
| Scalability                               | x                   | x               |
| User friendliness                         | x                   | x               |

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (5)

| Λογισμικό Βελτιστοποίησης |                         |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
|---------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------|-----------------------------|--------------------|------|------------------------|---------------------|------|
| Εμπορικά(commercial)      |                         |                        |                         |      | Μη εμπορικά(non-commercial) |                    |      |                        |                     |      |
| Linear programming        |                         | Non-Linear Programming | Integer programming     | Pro- | Model Lan-<br>guage         | Linear programming | Pro- | Non-Linear Programming | Integer programming | Pro- |
| AIMS                      | MPL                     | AIMS                   | GAMS                    |      | AIMS                        | LINSOLVE           |      | CUTE                   | LP-Solve            |      |
| AMPL                      | NAG Fortran Libraries   | GAMS                   | LAMPS                   |      | AMPL                        | LIPSOL             |      | LANCELOT               |                     |      |
| DecisionPro               | OML                     | LENDO                  | LENDO                   |      | GAMS                        | LP-Solve           |      | L-BFGS-B               |                     |      |
| DecisionScript            | OMP Optimization        | LENGO                  | LENGO                   |      | MPL                         | PCx                |      | LOQO                   |                     |      |
| FortMP                    | Premium Solver Platform | LOQO                   | MPL                     |      | What'sBest!                 | SQRLSS             |      |                        |                     |      |
| GAMS                      | PROFIMAX                | MINOS                  | OML                     |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LAMPS                     | Profit Vehicle Router   | What'sBest!            | SAS/OR                  |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| Large-Scale LP Solver     | QMS                     |                        | What'sBest!             |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| Large-Scale SQP Solver    | SAS/OR                  |                        | XA Optimizer and Solver |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LENDO                     | SCIMOD                  |                        | Xpress-MP               |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LENGO                     | SNOPT                   |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LOQO                      | Solver DLL Platform     |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LPS 867                   | SOPT                    |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LP-Toolkit                | TOMLAMP                 |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| LSSOL                     | What'sBest!             |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| Mathematics               | XA Optimizer and Solver |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| MINOS                     | Xpress-MP               |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |
| MOSEK Optimization Tools  | XPRESS Solver Engine    |                        |                         |      |                             |                    |      |                        |                     |      |



# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (6)

| Λογισμικό Βελτιστοποίησης     |                      |  |   |                       |  |
|-------------------------------|----------------------|--|---|-----------------------|--|
| Λύτες(Solvers)                |                      | Συστήματα μοντελοποίησης<br>(modeling systems) | Ανεξάρτητες Εφαρμογές<br>(independent applications) |                       | Ολοκληρωμένα Συστήματα<br>(integrated systems) |
| C-WHIZ                        | NAG Fortran Library  | AIMS   | AIMS  | MOSEK                 | AIMS   |
| FortMP                        | OMP Optimizer        | AMPL   | AMPL  | MPL for Windows       | DecisionPro                                    |
| ILOG CPLEX                    | PCx                  | GAMS   | C-WHIZ  | OMP Optimizer         | DecisionScript                                 |
| LAMPS                         | QMS                  | LINGO  | DecisionPro   | PCx                   | ILOG OPL studio                                |
| Large scale LP Solver engine  | SAS software         | LP-Toolkit                                     | DecisionScript                                      | PROFIMAX              | LINGO  |
| Large scale SQP Solver engine | SNOPT 6.0            | LPS 867  | FortMP  | Profit Vehicle Router | LPS 867  |
| Lindo API                     | Solver DLL Platform  | MPL for Windows                                | GAMS  | QMS                   | Mathematica 5                                  |
| LINGO                         | SOPT 3.1             | OMP Optimizer                                  | ILOG CPLEX  | SCIMOD                | OMP Optimizer                                  |
| LOQO                          | TOMLAB               | SOPT 3.1                                       | ILOG OPL studio                                     | SOPT 3.1              | Premium solver platform                        |
| LPS-867                       | What'sBest!          | TOMLAB   | LAMPS   | TOMLAB                | PROFIMAX                                       |
| LSSOL 1.05                    | XA                   | What'sBest!                                    | LINGO   | What'sBest!           | Profit Vehicle Router                          |
| MINOS 5.5                     | XPRESS Solver engine | XPress-MP                                      | LOQO  | XA                    | SCIMOD   |
| MIPII                         | XPress-MP            |  | LPS-867   | XPress-MP             | SOPT 3.1                                       |
| MOSEK                         |                      |  | Mathematica 5                                       |                       | What'sBest!                                    |
| NAG C Library                 |                      |  | MIPII   |                       | XPress-MP                                      |

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (7)

- **CLP** : Υπό την επίβλεψη του John Forrest. Αποτελεί τμήμα του COIN-OR, πρώην μέρος της IBM, και τώρα μη κερδοσκοπικός οργανισμός με έμφαση σε εφαρμογές Επιχειρησιακής Έρευνας και ιδιαίτερα βελτιστοποίησης. ([CLP](#))
- **GLPK** (GNU Linear Programming Kit) : υπό την επίβλεψη του Andrew Makhorin. Η εισαγωγή των προβλημάτων γίνεται με το GNU MathProg (μέρος του AMPL). ([GLPK](#))
- **LP\_SOLVE** : υπό την επίβλεψη των Kjell Eikland και Peter Notebaert. Υποστηρίζει αρκετές μορφές εισαγωγής προβλημάτων ανάμεσα στις οποίες και την προαναφερθείσα GLPK's MathProg γλώσσα μοντελοποίησης. ([LP SOLVE](#))
- **LP-OPTIMIZER** : κάνει χρήση της μεθόδου Simplex, γραμμένο από τον Markus Weidenauer (weidenauer@netcologne.de). Δωρεάν Borland Pascal 7.0 και Borland Delphi 4 πηγαίος κώδικας είναι διαθέσιμος στο web, καθώς και εκτελέσιμα αρχεία για DOS και Windows (95 or later).([LP-OPTIMIZER](#))

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (8)

**SoPlex** : αποτελεί μια αντικειμενοστραφή υλοποίηση του πρωτεύοντος και δεικτικού αλγορίθμου Simplex ανεπτυγμένο από τον Roland Wunderling. Ο πηγαίος κώδικας είναι διαθέσιμος σε μη εμπορικά και ερευνητικά κέντρα δωρεάν. ([SoPlex](#))

**SPLP-SLATEC** : Fortran υλοποίηση με έμφαση σε αραιά προβλήματα μέσω του αλγόριθμου Simplex. Αναφέρει ότι είναι ικανό να λύσει γραμμικά προβλήματα με μερικές χιλιάδες μεταβλητές και περιορισμούς. ([SPLP-SLATEC](#))

**EXLP** : λύνει γραμμικά προβλήματα μεσαίου μεγέθους κάνοντας χρήση της GNU Multiple Precision Arithmetic Library.

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (9)

**LINDO** : Ιδιαίτερα γνωστό είναι το πακέτο βελτιστοποίησης της Lindo Systems, ειδικά προγραμματισμένο για προβλήματα μεγάλης κλίμακας με ευρύ φάσμα δυνατοτήτων επεξεργασίας και ανάλυσης. ([LINDO](#))

**MATLAB** : εμπορικό πακέτο από την Mathworks. Περιέχει υλοποιημένο πακέτο βελτιστοποίησης – optimization toolbox - το οποίο ενσωματώνει την μέθοδο Simplex για την επίλυση μικρών και μεσαίου μεγέθους γραμμικών προβλημάτων. ([MATLAB](#))

**MAPLE** : ολοκληρωμένο πακέτο για επίλυση και μοντελοποίηση γραμμικών προβλημάτων. ([MAPLE](#))

**MATHEMATICA** : επίσης περιέχει ρουτίνες για επίλυση γραμμικών προβλημάτων

**CPLEX** : ένα από τα πιο ισχυρά πακέτα για την επίλυση γραμμικών προβλημάτων τεραστίων διαστάσεων (εκατομμύρια μεταβλητές και περιορισμοί) – ([CPLEX](#))

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (10)

- Στην διεύθυνση

<http://www-neos.mcs.anl.gov/neos/solvers/lp:bpmpd/MPS.html>

μπορεί κανείς να ‘ανεβάσει’ ένα οποιοδήποτε γραμμικό πρόβλημα και να ζητήσει από τον online λύτη να του το επιλύσει. Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται είναι ένας από τους ταχύτερους υπάρχοντες αυτή την στιγμή (primal dual interior point with advanced presolve techniques) και γράφτηκε από τον [Csaba Mészáros](#) κατά την εκπόνηση της διδακτορικής του διατριβής στο Εργαστήριο Επιχειρησιακής Έρευνας και Λήψης Αποφάσεων, Budapest, Hungary.

| It-PC | P.Inf | D.Inf | U.Inf | Actions | P.Obj          | D.Obj          | Barpar |
|-------|-------|-------|-------|---------|----------------|----------------|--------|
| 0-00  | 4e+09 | 5e+01 | 0e+00 | 0 0 0   | -4.9702164e+09 | -9.8136873e+06 | 0e+00  |
| 1-14  | 1e+09 | 1e+01 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3493420e+09 | -3.3910622e+08 | 3e+08  |
| 2-13  | 7e+08 | 8e+00 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.4651206e+09 | -1.3035037e+09 | 2e+09  |
| 3-14  | 2e+08 | 2e+00 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.4601697e+09 | -1.8802282e+09 | 3e+08  |
| 4-15  | 8e+07 | 2e-01 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3917350e+09 | -2.9969783e+09 | 2e+08  |
| 5-15  | 1e-04 | 2e-12 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3011603e+09 | -2.4590737e+09 | 2e+07  |
| 6-15  | 3e-06 | 1e-12 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3654610e+09 | -2.4031279e+09 | 5e+06  |
| 7-15  | 3e-06 | 2e-12 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3830571e+09 | -2.3854470e+09 | 3e+05  |
| 8-15  | 3e-06 | 1e-12 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3841105e+09 | -2.3843452e+09 | 3e+04  |
| 9-12  | 3e-06 | 1e-12 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3842334e+09 | -2.3842348e+09 | 1e+02  |
| 10-11 | 5e-06 | 1e-12 | 0e+00 | 0 0 0   | -2.3842341e+09 | -2.3842341e+09 | 2e-06  |

```
Stopping Criteria:Small infeasibility and duality gap
ABSOLUTE infeas. Primal : 4.567e-06 Dual : 1.080024958e-12
PRIMAL : Relative infeas. : 1.120e-14 Objective : -2.384234142e+09
DUAL : Relative infeas. : 6.491e-15 Objective : -2.384234143e+09
Complementarity gap : 2.426e-03 Duality gap : -5.889548559e-10
Solver time 19.17 sec.
```

```
OPTIMAL SOLUTION. OBJECTIVE = -2.384234142e+09
TOTAL SOLUTION TIME = 19.79 sec.
```

```
## SOLUTION OUTPUT #####
---B-P-M-P-D--INTERIOR-POINT-LP-OPTIMIZER--V.-2.21B--
```

Στην εικόνα βλέπουμε ένα παράδειγμα από την έξοδο των αποτελεσμάτων μετά την επίλυση ενός προβλήματος που έχουμε στείλει.

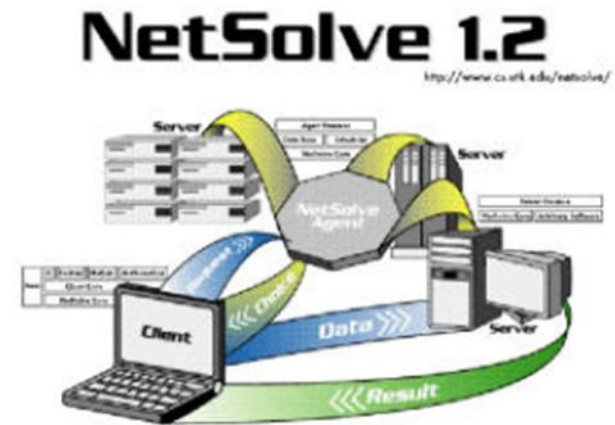
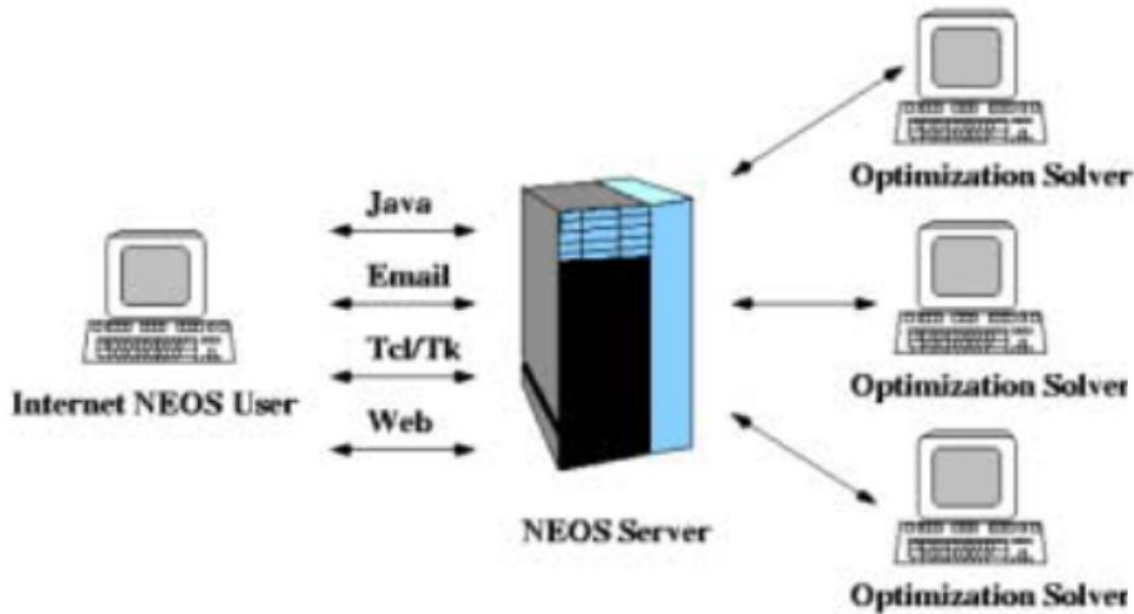
# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (11)

---

Άλλα χρήσιμα links που περιέχουν είτε διαδραστικές εφαρμογές είτε πακέτα για εγκατάσταση ακολουθούν παρακάτω :

- [Simplex](#)
- [LP](#)
- [LP Survey](#)
- [Qsopt](#)
- [Hopdm](#)

# Λογισμικό Βελτιστοποίησης (12)



Λύτες μέσω δικτύου (Network-enabled Solvers)

Υπολογισμοί Πλέγματος (Grid Computing)

# Στόχοι Εργαστηρίου

---

Επίλυση Γραμμικών Προβλημάτων με το λύτη (solver) του EXCEL

Frontline Systems, Inc.

Web site: [Frontline Systems](http://Frontline Systems)

E-mail: [info@frontsys.com](mailto:info@frontsys.com)

Έκδοση Solver: Standard Excel Solver  
Premium Solver, Premium Solver Platform



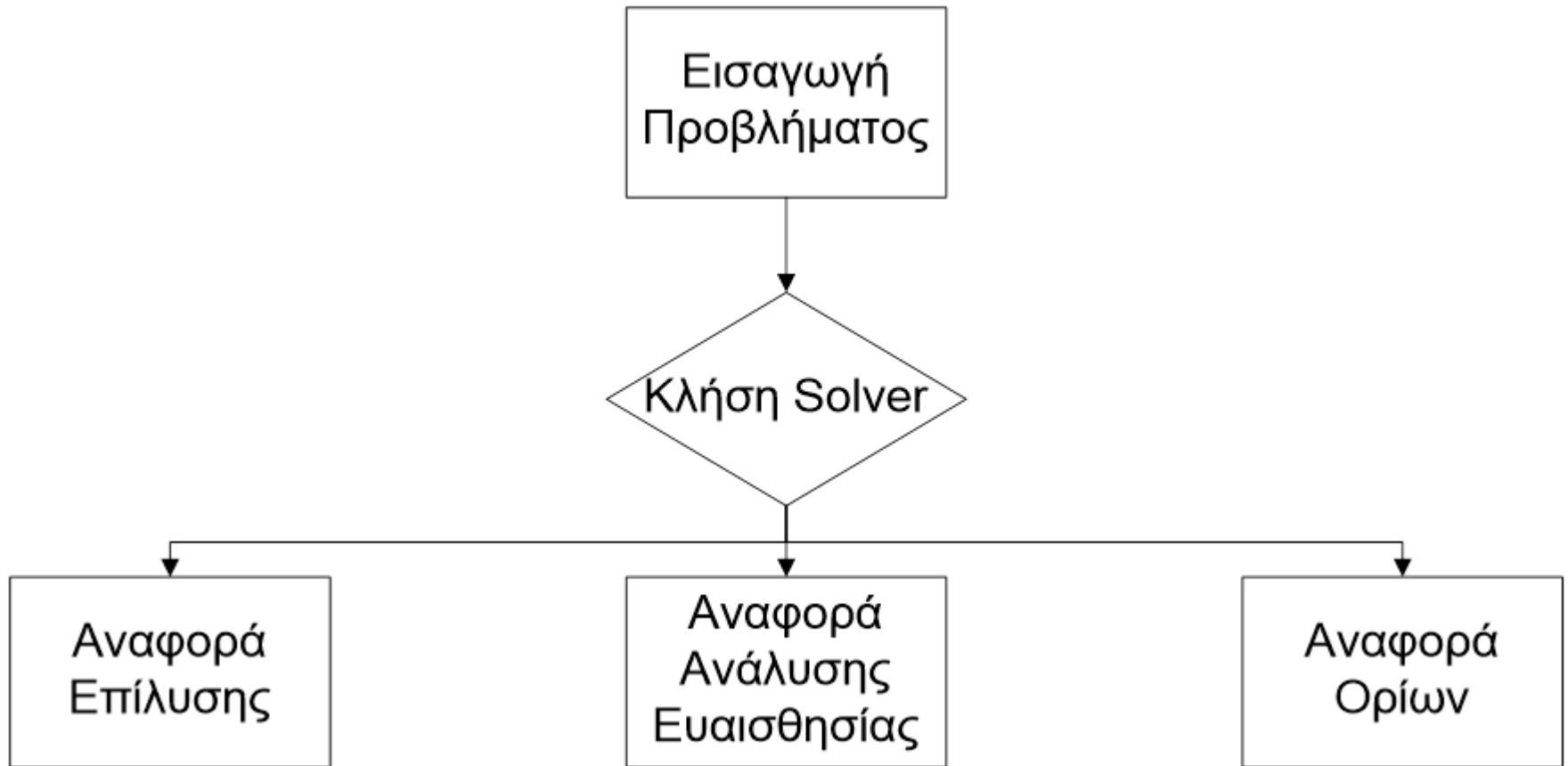
# Χαρακτηριστικά Λύτη Excel

|            |  |
|------------|--|
| Αλγόριθμοι | <ul style="list-style-type: none"><li>• Simplex με όρια στις μεταβλητές</li><li>• Branch-and-bound</li><li>• Generalized Reduced Gradient (GRG2)</li></ul> |
| Διαστάσεις | 200x200 (Γραμμικά Προβλήματα)<br>200x100 (Μη Γραμμικά Προβλήματα)  |
| Αναφορές   | <ul style="list-style-type: none"><li>• Επίλυσης (Answer)</li><li>• Ανάλυσης Ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)</li><li>• Ορίων (Limits)</li></ul>         |

# Τύποι Προβλημάτων

- Γραμμικού Προγραμματισμού (Linear Programming)
- Τετραγωνικού Προγραμματισμού (Quadratic Programming)
- Μικτού-Ακεραίου Προγραμματισμού (Mixed-Integer Programming)

# Διαδικασία Επίλυσης



# Παράδειγμα Επίλυσης με το EXCEL

Να λυθεί το παρακάτω γραμμικό πρόβλημα με το Excel.

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & x_j \geq 0, j= 1, 2, 3 \end{array}$$

# ΑΣΚΗΣΗ 01 (1)

- Κατεβάστε την εκφώνηση της άσκησης από το COMPUS, (αρχείο ASKHSH 01.pdf, κατάλογος Έγγραφα\Εργαστήριο 01 (14-03-2014)).
  1. Μορφοποιείστε το πρόβλημα
  2. Λύστε το πρόβλημα που θα προκύψει με τον solver του EXCEL.

# ΑΣΚΗΣΗ 01 (2)

$$\begin{array}{rclllll} \max & 120x_1 & + & 25x_2 & + & 60x_3 & + & 82x_4 & + & 40x_5 & & \\ \text{μ.π.} & 20x_1 & + & 2x_2 & + & 11x_3 & + & 13x_4 & + & x_5 & \leq & 800 \\ & -0.3x_1 & - & 0.3x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & & \leq & 0 \\ & x_1 & & & & & & & & & \geq & 10 \\ & & & x_2 & & & & & & & \geq & 15 \\ & & & & & & & & & x_5 & \leq & 15 \end{array}$$

$$x_j \geq 0, (j = 3, 4, 5)$$

# ΑΣΚΗΣΗ 02 (1)

- Κατεβάστε την εκφώνηση της άσκησης από το COMPUS, (αρχείο ASKHSH 02.pdf, κατάλογος Έγγραφα\Εργαστήριο 01 (14-03-2014)).
- Μορφοποιείστε το πρόβλημα
- Λύστε το πρόβλημα που θα προκύψει με τον solver του EXCEL.

# ΑΣΚΗΣΗ 02 (2)

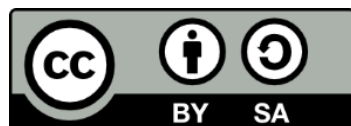
Μαθηματική μορφή υποδείγματος

$$\begin{array}{r}
 \min \quad 5.0x_1 + 6x_2 + 8.5x_3 + 4.5x_4 + 6.5x_5 \\
 \text{μ.π.} \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 124000 \\
 \quad x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + x_5 \geq 0 \\
 1.3x_1 + 0.3x_2 + 0.4x_3 + 0.5x_5 \leq 63000 \\
 1.3x_1 + 0.6x_2 + 0.4x_3 + 0.9x_5 \leq 58000 \\
 0.8x_1 + 0.5x_3 + 0.6x_5 \leq 32000 \\
 0.5x_1 + 0.6x_3 + 0.2x_5 \leq 28000 \\
 \quad x_2 - 0.55x_5 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 &46750 \leq x_1 \leq 55000, \quad 0 \leq x_2 \leq 25000, \quad 0 \leq x_3 \leq 35000, \\
 &0 \leq x_4 \leq 34000, \quad 0 \leq x_5 \leq 45000
 \end{aligned}$$



# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ