

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Ενότητα 11

Άγγελος Σιφαλέρας
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Πρόβλημα Αντιστοίχισης (Assignment problem)[1]

Ειδική περίπτωση ΠΡΕΚ σε δίκτυα

Δεδομένα:

$G = (N, A)$ ένας διμερής γράφος,

S, D , δύο σύνολα κόμβων : $S \cup D = N$ και $S \cap D = \emptyset$

$|S| = |D|$,

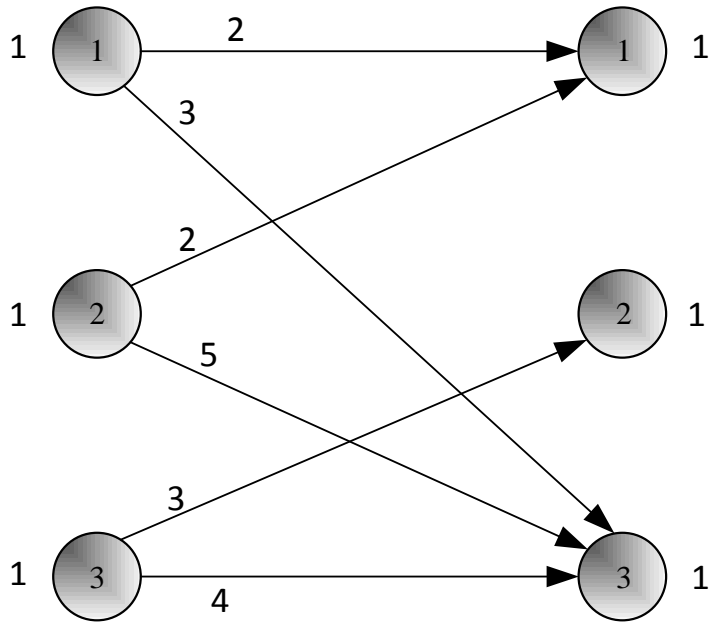
$a(i) = b(j) = 1$

c_{ij} , το κόστος ανάθεσης από τον $i \in S$ προς τον $j \in D$,

Ζητούμενο:

Το σχέδιο ανάθεσης όλων των εργασιών (ή έργων) του συνόλου S σε όλους τους ανάδοχους/εργολάβους του συνόλου D έτσι ώστε να εκτελεστούν όλες οι εργασίες και το συνολικό κόστος ανάθεσης να είναι ελάχιστο, (αλλιώς και *minimum weighted bipartite matching problem*)

Πρόβλημα Αντιστοίχισης (Assignment problem)[2]



$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το εργο } i \rightarrow j \\ 0, & \text{διαφορετικα} \end{cases}$$

6 κόμβοι ανήκουν στο N :

$$S = \{1, 2, 3\}, D = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{Ισχύει επίσης, } \sum_{i \in S} a(i) = \sum_{j \in D} b(j)$$

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

$$s.t. \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1, i \in S$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1, j \in D$$

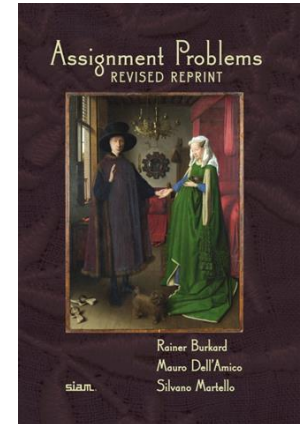
$$x_{ij} \in \{0, 1\}, (i, j) \in A$$

Πρόβλημα Αντιστοίχισης (Assignment problem)[3]

- Κατά την πρακτική επίλυση προβλημάτων TSP το κύριο ενδιαφέρον εστιάζεται στον υπολογισμό εφικτών διαδρομών καλής ποιότητας. Επιπρόσθετα όμως, μας ενδιαφέρει να έχουμε κάποια «εγγύηση» της ποιότητας της υπολογισθείσας λύσης/διαδρομής.
- Η επίλυση διαφόρων προβλημάτων «χαλάρωσης» (relaxations) μας παρέχουν διαφορετικά κάτω όρια. Ο κύριος στόχος είναι να βρούμε κατάλληλα προβλήματα χαλάρωσης για το TSP τα οποία να λύνονται αποτελεσματικά και να είναι όσο το δυνατόν πιο «αυστηρά» (tight).
- Το Linear Assignment Problem (LAP) έχει μεγάλη χρησιμότητα διότι μας παρέχει ένα κάτω όριο (χαλάρωση) για διάφορα προβλήματα συνδυαστικής βελτιστοποίησης όπως το TSP.
- Αυτά τα κάτω όρια δεν αποσκοπούν στο να μας δώσουν μια πολύ καλή εκτίμηση της βέλτιστης λύσης αλλά να μας δώσουν μια ένδειξη της ποιότητας των διαδρομών που υπολογίστηκαν από κάποιες ταχείς ευρετικές μεθόδους (πάνω όρια).

Assignment Problems, βιβλιογραφία

- Rainer Burkard, Mauro Dell'Amico, and Silvano Martello, (2012), *Assignment Problems – Revised Reprint*, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia. (URL: <http://www.assignmentproblems.com>)
- Pentico, D. W. (2007). Assignment problems: A golden anniversary survey. *European Journal of Operational Research*, 176(2), 774-793.
- Burkard, R. E. (2002). Selected topics on assignment problems. *Discrete Applied Mathematics*, 123(1), 257-302.



Ουγγρική μέθοδος

- Kuhn, H. W. (1955). The Hungarian method for the assignment problem. *Naval research logistics quarterly*, 2(1-2), 83-97.
- Jonker, R., & Volgenant, T. (1986). Improving the Hungarian assignment algorithm. *Operations Research Letters*, 5(4), 171-175.
- Wright, M. B. (1990). Speeding up the Hungarian algorithm. *Computers & Operations Research*, 17(1), 95-96.

Εκπαιδευτικό λογισμικό για εκμάθηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης δικτύων

i. WebNetPro

<http://users.uom.gr/~sifalera/WebNetPro>

iii. Visualization Software for the exterior point simplex-type algorithm for the MCNFP

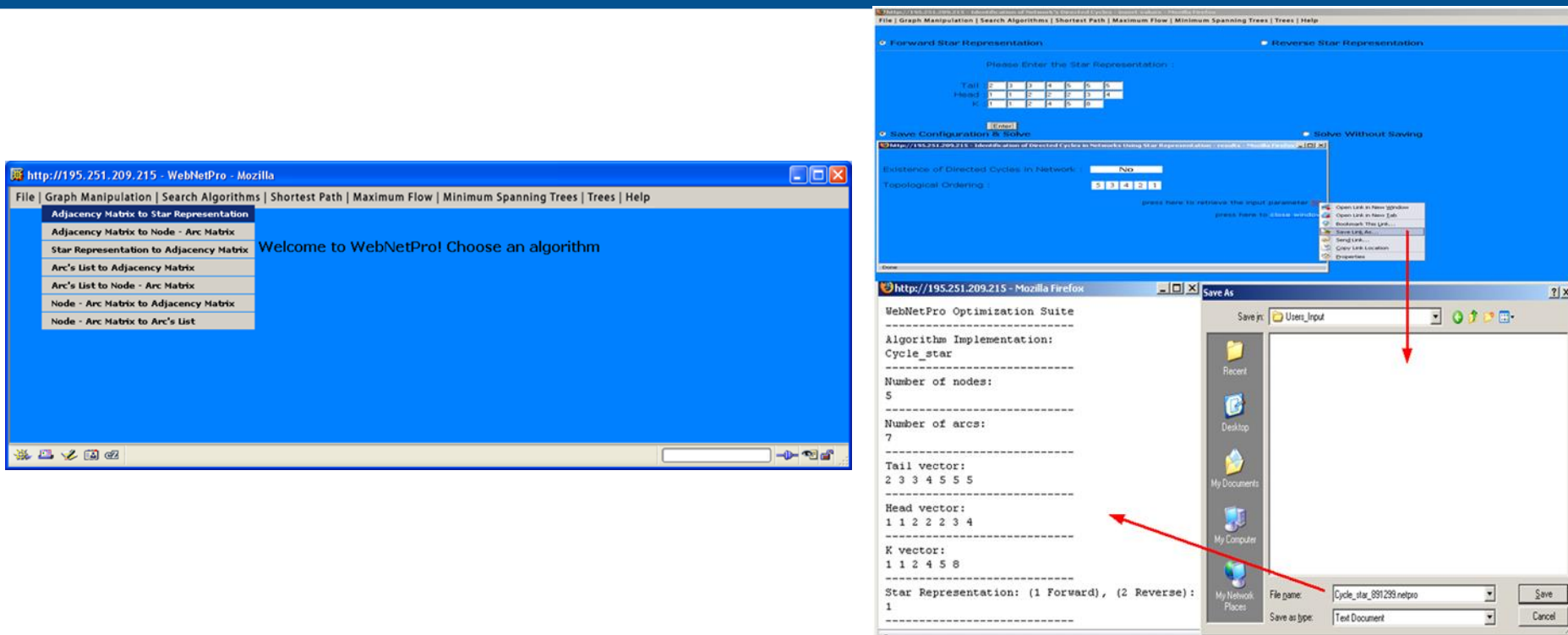
<http://users.uom.gr/~sifalera/ORIJ>

iii. Visualization Software for the assignment problem

iv. Visualization Software for the network optimization algorithms

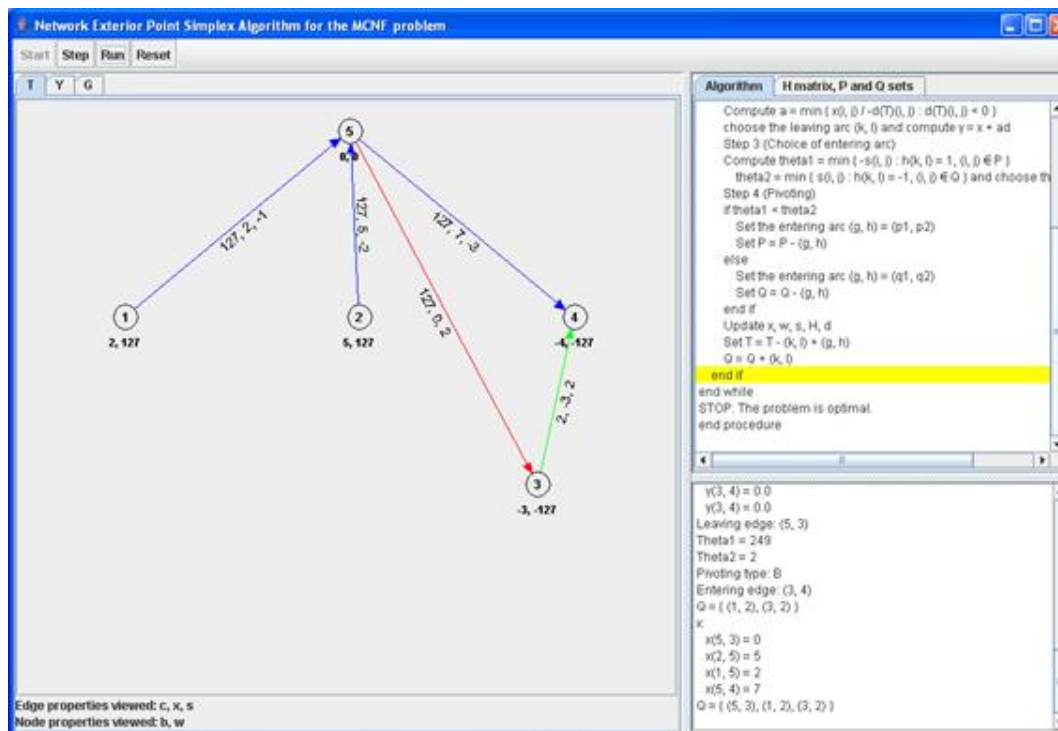
<http://users.uom.gr/~thanasis/JAVENGA.html>

WebNetPro



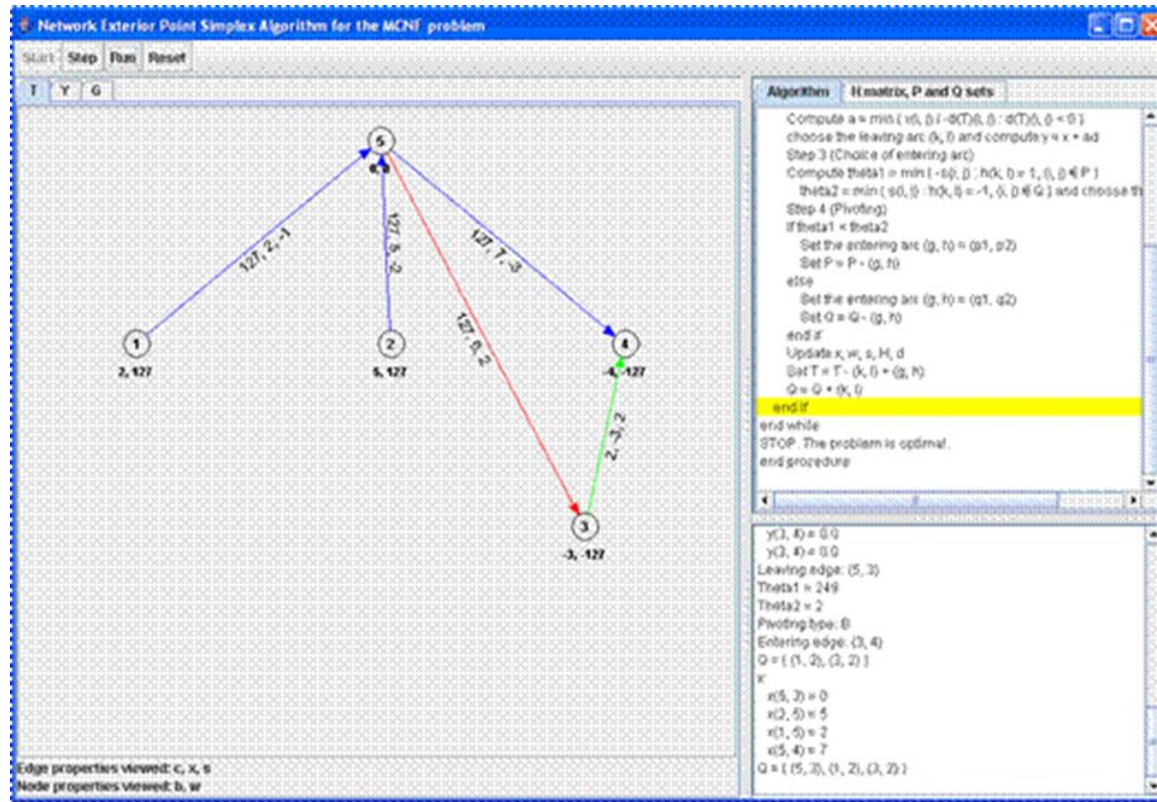
Karagiannis P., Markelis I., Paparrizos K., Samaras N. and Sifaleras A., “E – learning technologies: employing matlab web server to facilitate the education of mathematical programming”, *The International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Taylor & Francis Publications, 37(7), 765-782, 2006.

Visualization Software for the exterior point simplex-type algorithm for the MCNFP



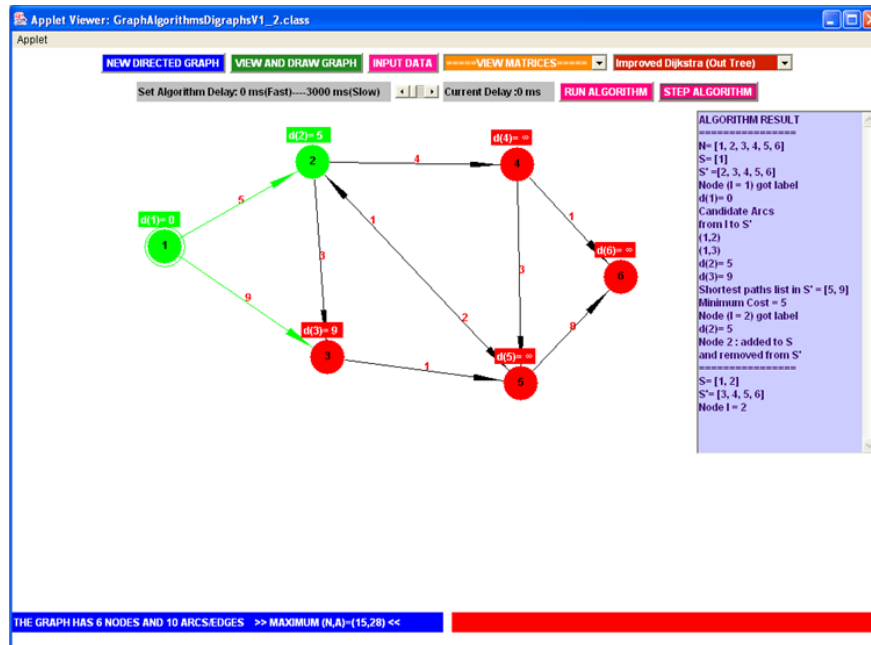
Andreou D., Paparrizos K., Samaras N. and Sifaleras A., “Visualization of the network exterior primal simplex algorithm for the minimum cost network flow problem”, *Operational Research. An International Journal*, Springer Berlin/Heidelberg, 7(3), 449-464, 2007.

Visualization Software for the assignment problem



Andreou D., Paparrizos K., Samaras N. and Sifaleras A., “Application of a New Network – enabled Solver for the Assignment Problem in Computer – aided Education”, *Journal of Computer Science*, Science Publications, 1(1), 19-23, 2005.

Visualization Software for the network simplex algorithm



- Baloukas Th., Paparrizos K. and Sifaleras A., “An Animated Demonstration of the Uncapacitated Network Simplex Algorithm”, *INFORMS Transactions on Education*, INFORMS, 10(1), 34-40, 2009.
- Baloukas Th., Paparrizos K. and Sifaleras A., “Promoting Operations Research education using a new web – accessible didactic tool”, in *Proc. of the 7th Balkan Conference on Operational Research*, 25-28 May, Constanta, Romania, 2005.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

