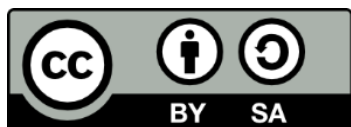


# ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

## Ενότητα 8

Άγγελος Σιφαλέρας  
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Πρόβλημα Μεγίστης Ροής & Ελαχίστης Τομής[1]

4.1 ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΚΑΙ ΟΙ ΣΥΝΘΗΚΕΣ  
ΒΕΛΤΙΣΤΟΤΗΤΑΣ

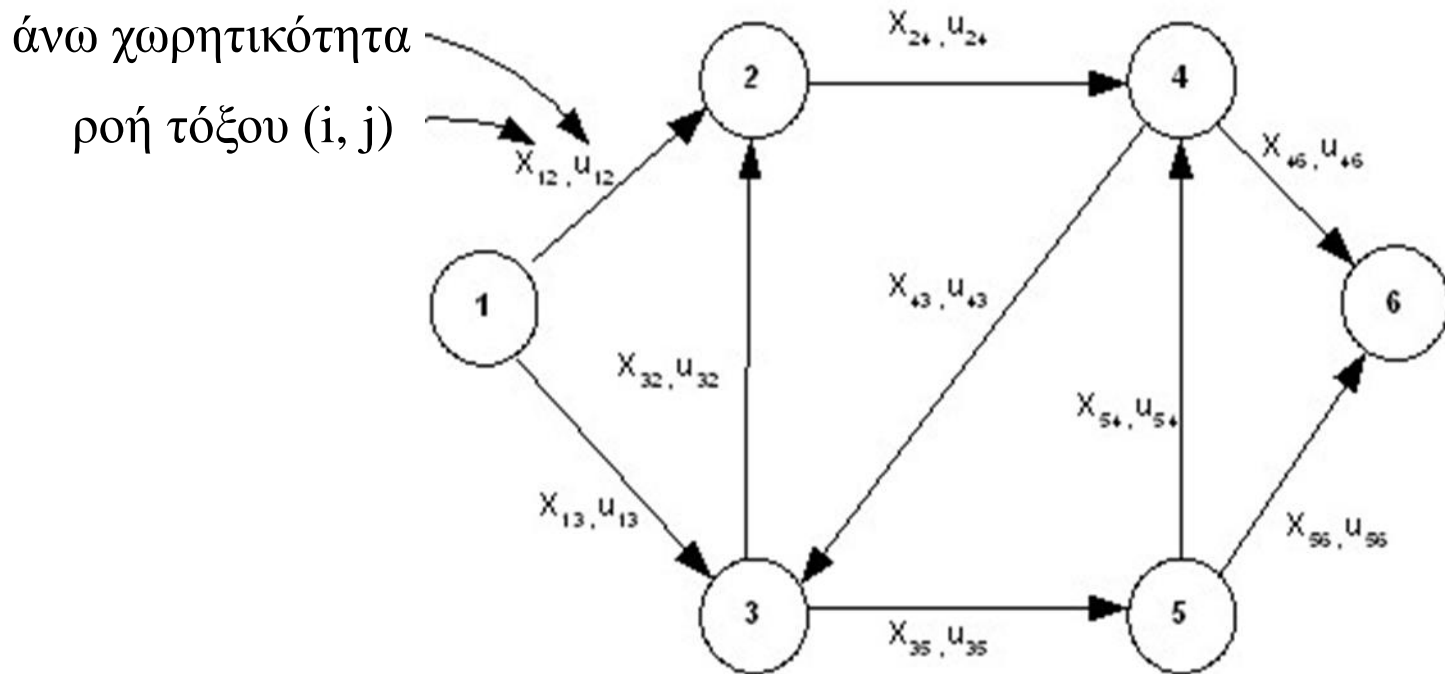
4.2 Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΑΥΞΑΝΟΝΤΩΝ  
ΔΡΟΜΩΝ (Augmenting – Path Maxflow  
Algorithms, L. R. Ford και D. R. Fulkerson)

# Πρόβλημα Μεγίστης Ροής & Ελαχίστης Τομής[2]

- Ως παράδειγμα εφαρμογής του προβλήματος μεγίστης ροής (maximum flow problem), έστω ότι έχουμε ένα γράφημα το οποίο αναπαριστά ένα δίκτυο πετρελαϊκών αγωγών (oil pipeline network) από μια πετρελαιοπηγή σε μια δεξαμενή πετρελαίου (oil depot).
- Κάθε τόξο έχει μια χωρητικότητα, ή μέγιστο αριθμό λίτρων ανά δευτερόλεπτο το οποίο μπορεί να ρέει δια μέσου του αντίστοιχου σωλήνα/αγωγού. Στόχος είναι να υπολογιστεί ο μέγιστος αριθμός λίτρων ανά δευτερόλεπτο (maximum flow) το οποίο μπορεί να αποσταλεί από την πηγή στη δεξαμενή.
- Στο (δυσικό του) πρόβλημα ελαχίστης τομής (minimum cut problem), επιθυμούμε να εντοπίσουμε το σύνολο των αγωγών της μικρότερης συνολικής χωρητικότητας του οποίου η απομάκρυνση θα αποσυνέδεε την πετρελαιοπηγή από τη δεξαμενή (minimum cut).

# Πρόβλημα Μεγίστης Ροής[1]

Ένα δ/μα  $x$  το οποίο έχει μια συνιστώσα  $x_{ij} \forall (i, j) \in A$



Η ροή του παραπάνω δικτύου θα συμβολίζεται με:

$$x = (x_{12}, x_{13}, x_{24}, x_{35}, x_{43}, x_{54}, x_{46}, x_{56})$$

# Πρόβλημα Μεγίστης Ροής[2]

## Δεδομένα

- Δίκτυο  $G = (N, A)$
- Κόμβος προσφοράς  $s$ , κόμβος ζήτησης  $t$ , (όλοι οι υπόλοιποι είναι κόμβοι μεταφόρτωσης)
- Όλα τα τόξα  $(i, j)$  έχουν ελάχιστη  $l_{ij}$  και μέγιστη χωρητικότητα  $u_{ij}$

## Ζητούμενο

Η μέγιστη ροή που μπορεί να μεταφερθεί από τον κόμβο  $s$  στον κόμβο  $t$

# Πρόβλημα Μεγίστης Ροής[3]

## Περιορισμοί

Σε κάθε ενδιάμεσο κόμβο μεταφόρτωσης η ροή των εισερχόμενων τόξων θα πρέπει να ισούται με τη ροή των εξερχόμενων τόξων

## Υποθέσεις

Για λόγους εύκολης παρουσίασης των αποτελεσμάτων θεωρούμε ότι:

$$\forall (i, j) \in A: \begin{cases} l_{ij} = 0 \\ c_{ij} = 0 \end{cases}$$



# Πρόβλημα Μεγίστης Ροής[4]

Έστω ότι ο κόμβος  $s$  διαθέτει μια άγνωστη ποσότητα  $v$  κάποιου προϊόντος.

max  $v$

$$\mu. \pi. \quad \sum_{\{k:(i,k) \in A\}} x_{ik} - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji} = \begin{cases} v, & \text{αν } i = s \\ -v, & \text{αν } i = t \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij}, \quad (i, j) \in A$$

# Ο αλγόριθμος των αυξανόντων δρόμων

## Κεντρική ιδέα:

- Βρίσκουμε ένα δρόμο που συνδέει τον κόμβο  $s$  με τον κόμβο  $t$ .
- Μεταφέρουμε δια μέσου αυτού του δρόμου τη μέγιστη δυνατή ροή από τον κόμβο  $s$  στον κόμβο  $t$ .
- Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία αυτή μέχρις ότου δεν υπάρχει κανένας δρόμος από τον οποίο να μπορεί να περάσει επί πλέον ροή.

# Εφαρμογές του Προβλήματος Μεγίστης Ροής[1]

Armbruster A., Gosnell M., McMillin B. and Crow M.L. (2005). “Power Transmission Control Using Distributed Max Flow”. *In Proc. of the 29<sup>th</sup> IEEE Annual International Computer Software and Applications Conference*, Vol. 1., Washington, DC, USA, pp. 256-263.

“Existing maximum flow algorithms use one processor for all calculations or one processor per vertex in a graph to calculate the maximum possible flow through a graph’s vertices. This is not suitable for practical implementation. We extend the max-flow work of Goldberg and Tarjan to a distributed algorithm to calculate maximum flow where the number of processors is less than the number of vertices in a graph. **Our algorithm is applied to maximizing electrical flow within a power network where the power grid is modeled as a graph.** Error detection measures are included to detect problems in a simulated power network. We show that our algorithm is successful in executing quickly enough to prevent catastrophic power outages.”

# Εφαρμογές του Προβλήματος Μεγίστης Ροής[2]

Sudipta N. Sinha and Marc Pollefeys. (2005). “Multi-View Reconstruction Using Photo-consistency and Exact Silhouette Constraints: A Maximum-Flow Formulation”. *In Proc. of the 10<sup>th</sup> IEEE International Conference on Computer Vision*, Vol. 1, Washington, DC, USA, pp. 349-356.

“This paper describes a novel approach for reconstructing a closed continuous surface of an object from multiple calibrated color images and silhouettes. Any accurate reconstruction must satisfy (1) photo-consistency and (2) silhouette consistency constraints. Most existing techniques treat these cues identically in optimization frameworks where silhouette constraints are traded off against photo-consistency and smoothness priors. Our approach strictly enforces silhouette constraints, while optimizing photo-consistency and smoothness in a global graph-cut framework. **We transform the reconstruction problem into computing max-flow/mincut in a geometric graph, where any cut corresponds to a surface satisfying exact silhouette constraints (its silhouettes should exactly coincide with those of the visual hull); a minimum cut is the most photo-consistent surface amongst them.** Our graph-cut formulation is based on the rim mesh, (the combinatorial arrangement of rims or contour generators from many views) which can be computed directly from the silhouettes. Unlike other methods, our approach enforces silhouette constraints without introducing a bias near the visual hull boundary and also recovers the rim curves. Results are presented for synthetic and real datasets.”

# Εφαρμογές του Προβλήματος Μεγίστης Ροής[3]

Dwivedi A., Xinghuo Yu, Sokolowski P. (2010). “Analyzing power network vulnerability with maximum flow based centrality approach”, *In Proc. of the 8<sup>th</sup> IEEE International Conference on Industrial Informatics*, Osaka, pp. 336-341.

“Complex network theory has been studied extensively in solving large scale practical problems and the recent developments have given a new direction to power system research. This theory allows modeling a power system as a network and the latest developments incorporate more and more electrical properties as opposed to the topological analysis in the past. In the past, such networks have been analyzed based on shortest path travel and betweenness index. **In a power system, the power might not necessarily flow only through the shortest path so this paper proposes a centrality index based on the maximum power flow through the edges. The links which carry more portion of power from the source (generator) to sink (load) are given a higher weight in this analysis.** Few simple cases have been explained and then the algorithm has been demonstrated on the IEEE 39 bus system.”

# Εφαρμογές του Προβλήματος Μεγίστης Ροής[4]

Gurzi P., Nowe A., Colitti W. and Steenhaut K. (2009). “Maximum flow based Routing and Wavelength Assignment in all-optical networks”, *In Proc. of the International Conference on Ultra Modern Telecommunications & Workshops*, 12-14 Oct., pp.1-6.

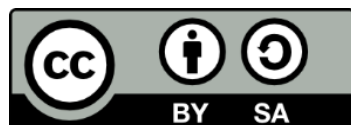
“This paper presents a new routing and wavelength assignment (RWA) strategy for WDM optical networks. **This new strategy is based on a maximum flow computation and it is particularly useful when we consider optical networks with limited wavelength conversion capability.** We use a simple topology transformation combined with a flow-network representation to solve the RWA problem without decoupling routing from wavelength assignment. Results and comparisons show that the max-flow based RWA strategy outperforms, in terms of blocking probability, other state-of-the-art strategies.”

# Παράλληλες Υλοποιήσεις Αλγορίθμων για το Πρόβλημα Μεγίστης Ροής

Jiadong Wu, Zhengyu He, Bo Hong, “Efficient CUDA Algorithms for the Maximum Network Flow Problem”, Chapter 5, *GPU Computing Gems Jade Edition*, Morgan Kaufmann Publishers, Boston, 2012, pp. 55-66.

“In this chapter, **we present graphical processing unit (GPU) algorithms for the maximum network flow problem.** Maximum network flow is a fundamental graph theory problem with applications in many areas. Compared with data-parallel problems that have been deployed onto GPUs, the maximum network flow problem is more challenging for GPUs owing to intensive data and control dependencies. Two GPU-based maximum flow algorithms will be presented in this chapter – the first one is asynchronous and lock free, whereas the second one is synchronized through the precoloring technique. We will demonstrate in this chapter that, **with careful considerations in algorithm design and implementation, GPUs are also capable of accelerating intrinsically data-dependent problems.**”

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

