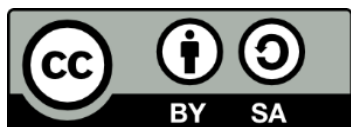


# ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

## Ενότητα 7

Άγγελος Σιφαλέρας  
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Πρόβλημα Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων[1]

- $G = (V, E)$  : συνεκτικό μη προσανατολισμένο γράφημα.
- Ένα δέντρο κάλυμμα του δικτύου  $G$  είναι ένα δέντρο  $G' = (V', E')$  τέτοιο ώστε  $V' = V$  και  $E' \subseteq E$

# Πρόβλημα Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων[2]

Σε ένα μη προσανατολισμένο γράφημα  $G = (V, E)$ , όπου  $V$  είναι το σύνολο των κόμβων (vertices) του και  $E$  είναι το σύνολο των ακμών (edges) του ζητείται να βρεθεί το δέντρο το οποίο καλύπτει όλους τους κόμβους και έχει το ελάχιστο βάρος (κόστος).

Το δέντρο αυτό ονομάζεται ελάχιστο δέντρο κάλυμμα (minimum spanning tree).

Το βάρος του δέντρου προκύπτει από το άθροισμα των βαρών των ακμών του δέντρου.

# Πρόβλημα Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων Άπληστοι Αλγόριθμοι (Greedy Algorithms)

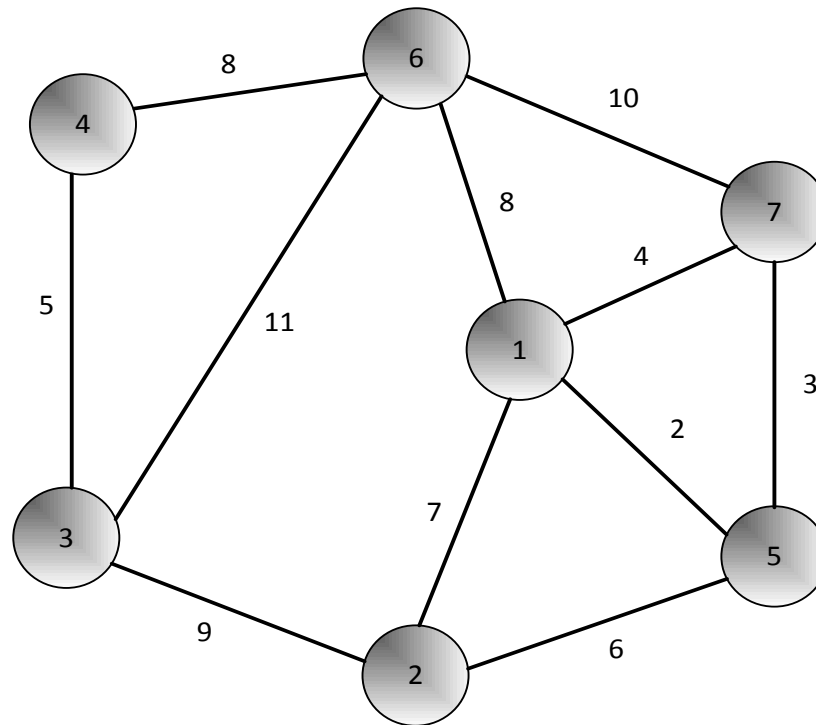
Mark Allen Weiss. 1996. Data Structures and Algorithm Analysis in C (2<sup>nd</sup> Ed.). Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA.

"Greedy algorithms work in phases. In each phase, a decision is made that appears to be good, without regard for future consequences. Generally, this means that some local optimum is chosen. This 'take what you can get now' strategy is the source of the name for this class of algorithms. When the algorithm terminates, we hope that the local optimum is equal to the global optimum. If this is the case, then the algorithm is correct; otherwise, the algorithm has produced a suboptimal solution. If the best answer is not required, then simple greedy algorithms are sometimes used to generate approximate answers, rather than using the more complicated algorithms generally required to generate an exact answer."

- 1) Αλγόριθμος του Kruskal
- 2) Αλγόριθμος Reverse-Delete
- 3) Αλγόριθμος του Prim

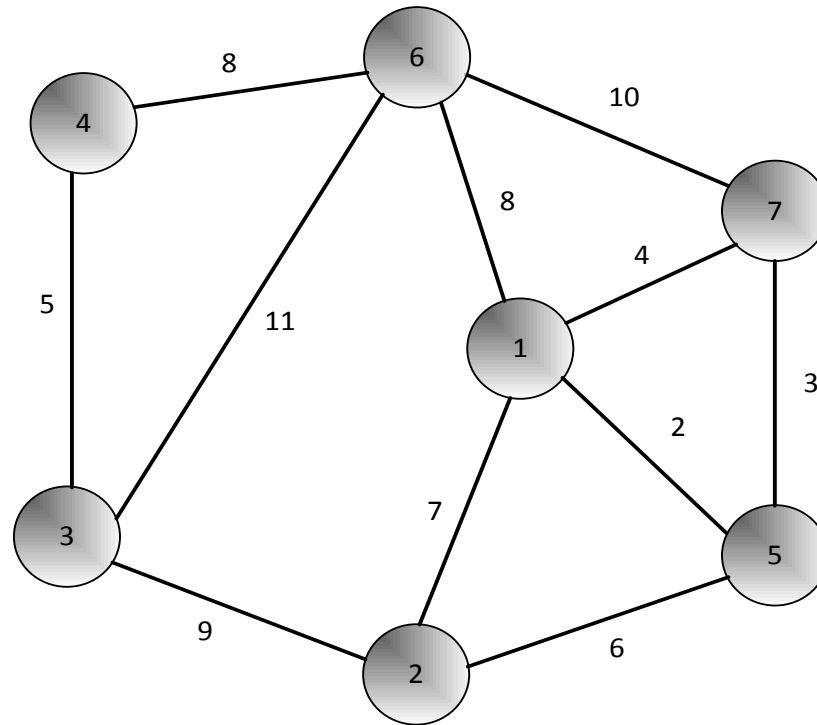
# Αλγόριθμος Kruskal

Δίνεται το παρακάτω δίκτυο, όπου οι αριθμοί δίπλα στις ακμές δηλώνουν βάρος. Να υπολογιστεί με τον αλγόριθμο του Kruskal ένα ελάχιστο δέντρο κάλυμμα.



# Αλγόριθμος Αντίστροφης Διαγραφής, Reverse-Delete Algorithm

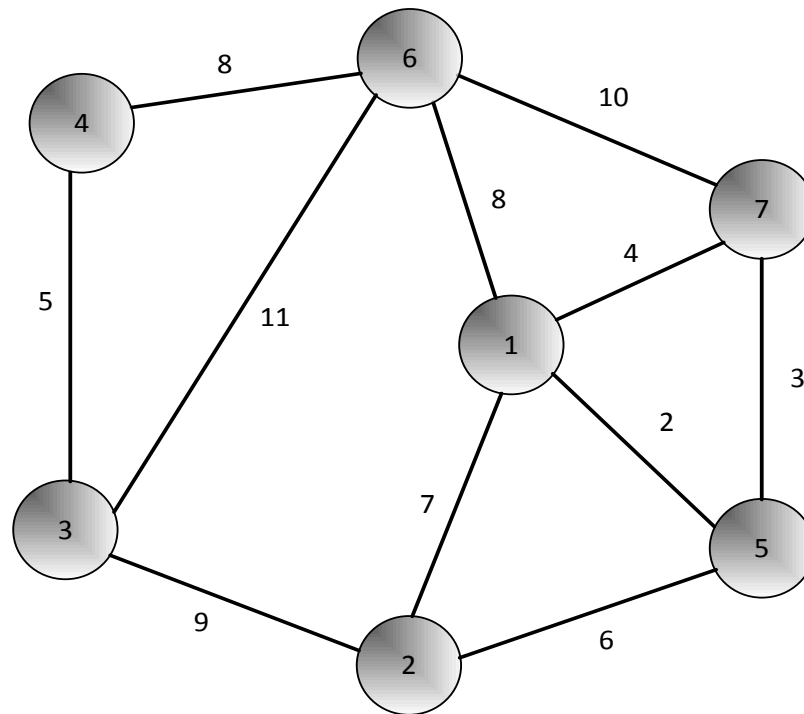
Δίνεται το παρακάτω δίκτυο, όπου οι αριθμοί δίπλα στις ακμές δηλώνουν βάρος. Να υπολογιστεί με τον αλγόριθμο της αντίστροφης διαγραφής ένα ελάχιστο δέντρο κάλυμμα.





# Αλγόριθμος Prim

Δίνεται το παρακάτω δίκτυο, όπου οι αριθμοί δίπλα στις ακμές δηλώνουν βάρος. Να υπολογιστεί με τον αλγόριθμο του Prim ένα ελάχιστο δέντρο κάλυμμα.



# Εφαρμογές του Προβλήματος Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων[1]

Christian M. Dippon & Kenneth E. Train (2000) “The cost of the local telecommunication network: a comparison of minimum spanning trees and the HAI model”, *Telecommunications Policy*, Vol. 24, No. 3, pp. 253-262.

“Under the Telecommunications Act, estimates of local distribution costs may be used to help quantify the subsidy for specified local services whose costs exceed their tariffed rates and as a guide for the pricing of unbundled network elements. The most widely circulated model for estimating these costs, the HAI model, uses a particular procedure to calculate the distribution network and cable length that is required to serve a cluster of customers. **We compare the HAI procedure with the minimum spanning tree (MST), which gives the shortest distance for connecting a set of locations.** For each cluster in Minnesota we calculated the distribution length with the HAI procedure and the length of the MST. We find that the HAI length is shorter than the MST length in 77% of the main clusters. In low-density areas, the HAI length is less than the MST length for 81% of the main clusters. The too-short cable lengths mean that the HAI model underestimates network costs; this underestimation extends beyond the cost of the cables themselves since many cost components are tied to cable length, such as support structures, maintenance, and associated power and back-up equipment. The use of underestimated costs in determining subsidies and network prices would discourage the provision of services in subsidized areas and encourage inefficient entry that utilizes unbundled network elements.”

# Εφαρμογές του Προβλήματος Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων[2]

Spada, Enea, Sagliocca, Luciano, Sourdis, John, Garbuglia, Anna Rosa, Poggi, Vincenzo, De Fusco, Carmela, Mele, Alfonso (2004) “Use of the Minimum Spanning Tree Model for Molecular Epidemiological Investigation of a Nosocomial Outbreak of Hepatitis C Virus Infection”, *Journal of Clinical Microbiology*, Vol. 42, pp. 4230-4236.

“**Any outbreak can be described by using a spanning tree** (a graph without cycles) of the involved individuals. Assuming a parsimonious evolution of the virus during the outbreak, we use the MST model to clarify the entire outbreak scenario. **The viral genetic distance  $d(x, y)$  between patients  $x$  and  $y$  is defined as the number of nucleotide differences between the consensus sequences of the quasispecies sequences of  $x$  and  $y$ .** The transmission graph is a weighted directed graph  $G=(V, E)$ , where  $V$  is the vertex set and  $E$  is the edge set of  $G$ . **The elements of  $V$  are points indicating the patients, and the elements of  $E$  are arrows denoted by ordered pairs  $(x, y)$  indicating that  $y$  was infected by  $x$ . For each arrow connecting patient  $x$  to patient  $y$ , we assign a weight  $d(x, y)$  of the viral genetic distance between the patients.** The root of the transmission graph is the patient from whom the outbreak began. This patient was infected by an outside source. It is possible to have more than one root in an outbreak. The number of transmission graphs needed to describe the outbreak is equal to the number of roots ( $k$ ).”

# Εφαρμογές του Προβλήματος Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων[3]

Tarun Bansal, Pankaj Ghanshani, R.C. Joshi, (2006) “An Application Dependent Communication Protocol for Wireless Sensor Networks”, pp.120, *International Conference on Networking, International Conference on Systems and International Conference on Mobile Communications and Learning Technologies (ICNICONSMCL'06)*,

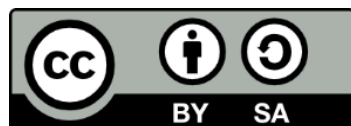
“A wireless sensor network consists of a number of sensors spread across a geographical area. These battery powered sensors have limited source of energy. Hence, energy efficiency becomes a key design issue. We propose an Application Dependent Communication Protocol (ADCP) based on the concept of Aggregation-aware **Minimum Spanning Tree** (AMST) which takes into account the aggregation capabilities of sensors and the corresponding application they have been deployed for. We then propose an algorithm for AMST construction inspired from the PageRank algorithm. It is found through simulation that ADCP gives a higher network lifetime than other schemes such as LEACH, PEGASIS, BCDCP and PEDAP.”

# Εφαρμογές του Προβλήματος Ελαχίστων Δένδρων Καλυμμάτων[4]

Ying Xu & Edward C. Uberbacher (1997) “2D image segmentation using minimum spanning trees”, *Image and Vision Computing*, Vol. 15, No. 1, pp. 47-57.

“**This paper presents a new algorithm for partitioning a gray-level image into connected homogeneous regions.** The novelty of this algorithm lies in the fact that, by constructing a minimum spanning tree representation of a gray-level image, **it reduces a region partitioning problem to a minimum spanning tree partitioning problem, and hence reduces the computational complexity of the region partitioning problem.** The tree-partitioning algorithm, in essence, partitions a minimum spanning tree into subtrees, representing different homogeneous regions, by minimizing the sum of variations of gray levels over all subtrees under the constraints that each subtree should have at least a specified number of nodes, and two adjacent subtrees should have significantly different average gray-levels. Two (faster) heuristic implementations are also given for large-scale region partitioning problems. Test results have shown that the segmentation results are satisfactory and insensitive to noise.”

# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

