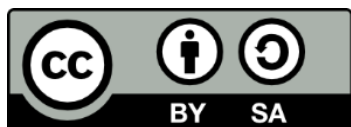


ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ

Ενότητα 5

Άγγελος Σιφαλέρας
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση δικτύων (Network Optimization) ή Θεωρία ροών σε δίκτυα (Network Flows)

Η μοντελοποίηση γίνεται με τη χρήση γράφων και δικτύων

Εφαρμογές:

1. Ροή δεδομένων σε δίκτυα Η/Υ
2. Ροή ηλεκτρικού ρεύματος στο ηλεκτρικό δίκτυο
3. Κυκλοφοριακή ροή σε δίκτυο μεταφοράς
4. Ροή δεδομένων σε τηλεπικοινωνιακά δίκτυα
5. Ροή νερού σε δίκτυα ύδρευσης/άρδευσης

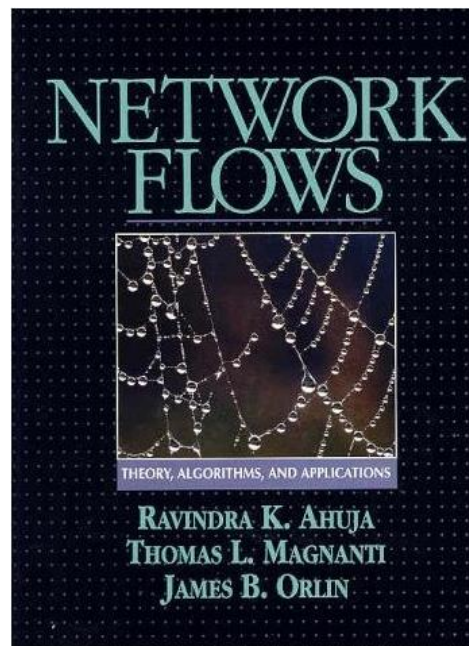
Μοντέλα Δικτυακής βελτιστοποίησης

Network Optimization Models

1. Πρόβλημα ροής ελαχίστου κόστους
2. Πρόβλημα μεταφοράς
3. Πρόβλημα αντιστοίχισης
4. Πρόβλημα εύρεσης ελαχίστων δρόμων
5. Πρόβλημα εύρεσης ελαχίστου δέντρου καλύμματος
6. Πρόβλημα μεγίστης ροής
7. Πληθώρα άλλων προβλημάτων / παραλλαγών...

Θεωρία ροών σε δίκτυα, βιβλιογραφία

- Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin, (1993), Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications, Prentice Hall.



Βασικές Έννοιες Γραφημάτων[1]

Γράφος ή γράφημα $G = (N, A)$ είναι δυάδα δύο συνόλων N και A

Στοιχεία του $N \Rightarrow$ κόμβοι (*nodes*) ή κορυφές (*vertices*) ή σημεία (*points*)

Στοιχεία του $A \Rightarrow$ τόξα (*arcs*) ή ακμές (*edges*)

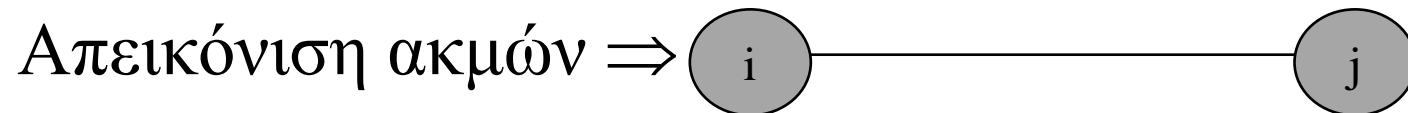
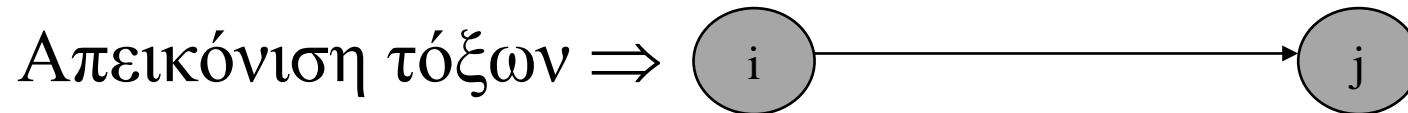
Συμβολίζονται με (i, j)

Βασικές Έννοιες Γραφημάτων[2]

$(i, j) \neq (j, i)$, γράφος προσανατολισμένος, (τόξα)

$(i, j) = (j, i)$, γράφος μη προσανατολισμένος, (ακμές)

Απεικόνιση κόμβων \Rightarrow κύκλοι

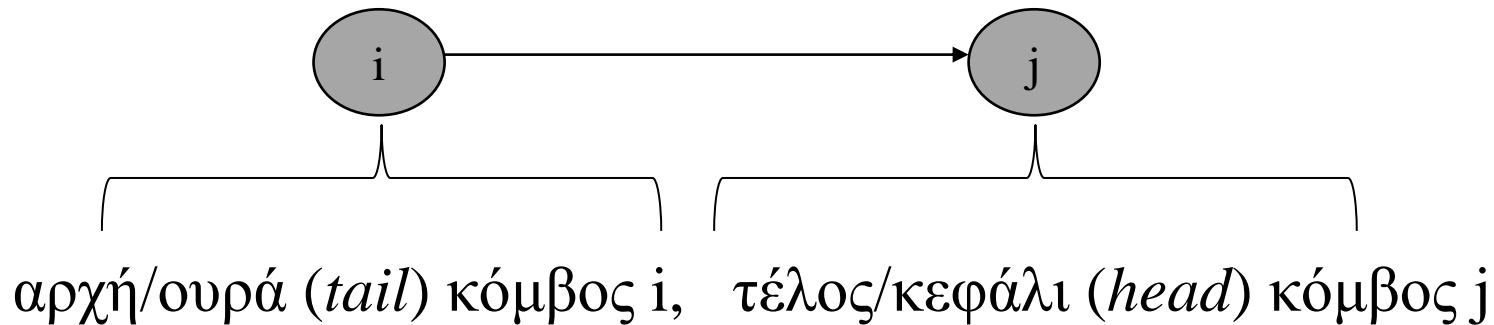


Βασικές Έννοιες Γραφημάτων[3]

Πλήθος κόμβων n ($n = |N|$)

Πλήθος τόξων ή ακμών m ($m = |A|$)

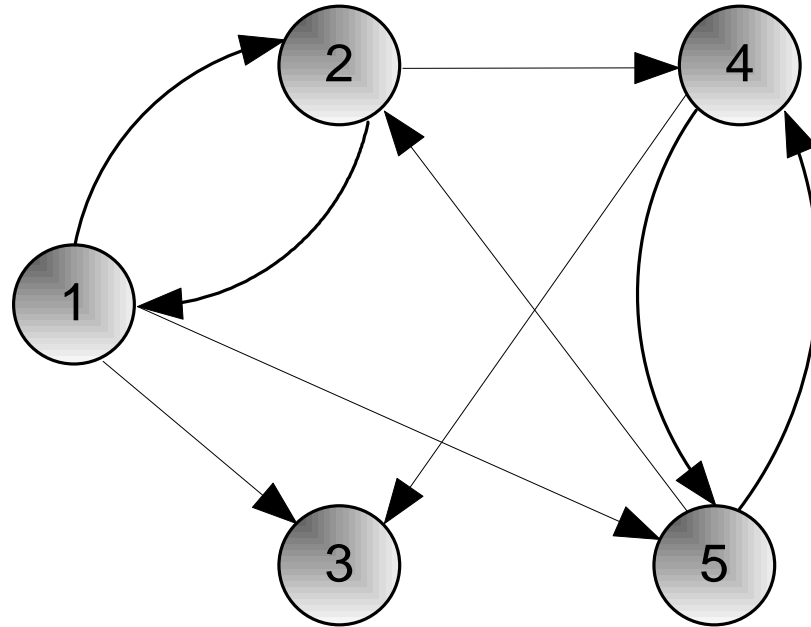
Τόξο (i, j) :



Κόμβοι i και j του τόξου (i, j) : άκρα (*ends*)

Βασικές Έννοιες Γραφημάτων[4]

Προσανατολισμένος Γράφος :



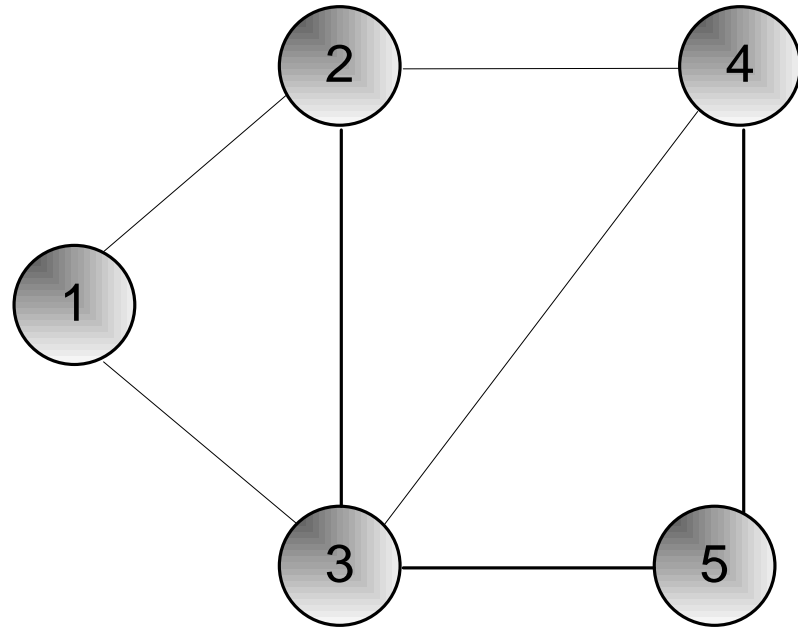
$$N = \{1,2,3,4,5\}$$

$$A = \{(1,2),(1,3),(1,5),(2,1),(2,4),(4,3),(4,5),(5,2), (5,4)\}$$

$$n = 5, m = 9$$

Βασικές Έννοιες Γραφημάτων[5]

Μη Προσανατολισμένος Γράφος :



$$N = \{1,2,3,4,5\}$$

$$A = \{(1,2),(1,3),(2,3), (2,4),(3,4),(3,5),(4,5)\}$$

$$n = 5, m = 7$$

Δένδρα[1]

Δέντρο: είναι ένα συνεκτικό γράφημα χωρίς κύκλους.

Ιδιότητες:

- Κάθε δύο κόμβοι συνδέονται με ακριβώς ένα δρόμο.
- Ένα δέντρο έχει τουλάχιστον δύο φύλλα.
- Ένα δέντρο με n κόμβους έχει $n-1$ τόξα (ακμές).

Δένδρα[2]

Δάσος: Ένας γράφος $G = (N, A)$, που είναι συλλογή από δέντρα.

Ριζωμένα δέντρα: Ένας κόμβος, η ρίζα (*root*) είναι διακεκριμένος κόμβος, ενώ οι υπόλοιποι βρίσκονται σε επίπεδα. Η ρίζα βρίσκεται στο επίπεδο 0. Υπόλοιποι κόμβοι σε διαδοχικά επίπεδα με αρίθμηση 1, 2, ...

Βάθος (depth) δέντρου: Το μέγιστο επίπεδο h

Βάθος (depth) κόμβου: Το επίπεδο k στο οποίο βρίσκεται ο κόμβος

Αποθήκευση γράφων και δικτύων[1]

Ενδεικτικά αναφέρονται οι ακόλουθοι τέσσερις δυνατοί τρόποι αποθήκευσης ενός γράφου και δικτύου:

- Μήτρα πρόσπτωσης κόμβων – τόξων
- Μήτρα πρόσπτωσης κόμβων – κόμβων ή μήτρα γειτονιάς
- Αστεροειδής αποθήκευση
- Αποθήκευση με συνδεδεμένες λίστες

Αποθήκευση γράφων και δικτύων[2]

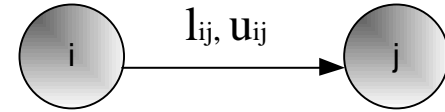
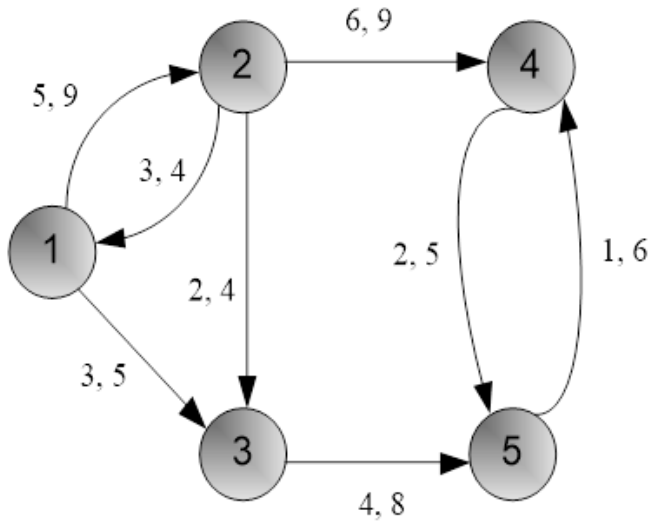
Μήτρα πρόσπτωσης κόμβων – τόξων (*node – arc incidence matrix*)

$$A = [a_{ij}], i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m, n = |N|, m = |A|$$

Αν a_k , $1 \leq k \leq m$ η οποία αντιστοιχεί στο τόξο (i, j)

$$a_{tk} = \begin{cases} 1, & \text{αν } t = i \\ -1, & \text{αν } t = j \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

Αποθήκευση γράφων και δικτύων[3]



Τόξο k	1	2	3	4	5	6	7	8
Αρχή Τόξου	1	2	1	2	2	3	4	5
Τέλος Τόξου	2	1	3	3	4	5	5	4

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Αποθήκευση γράφων και δικτύων[4]

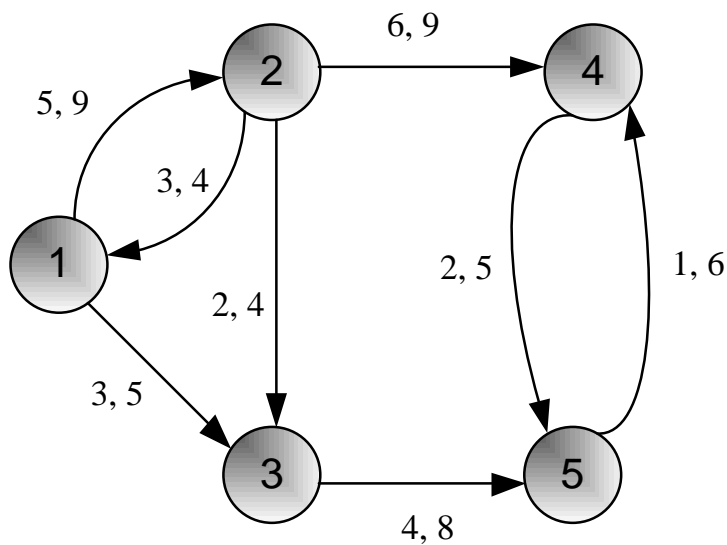
- Μήτρα πρόσπτωσης κόμβων – κόμβων (node – node incidence matrix)

ή μήτρα γειτονιάς (adjacency matrix)

$$A = [a_{ij}], i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, n = |N|$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν } (i,j) \in A \\ 0, & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

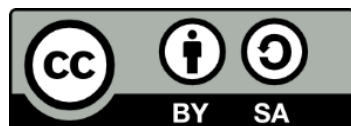
Αποθήκευση γράφων και δικτύων[5]



A=

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

