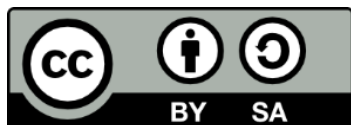


ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Ενότητα 8: Πεπερασμένα επαναλαμβανόμενα παίγνια

Ρεφανίδης Ιωάννης

Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Repeated Games

Επαναλαμβανόμενα παιχνίδια

Γενικά (1/2)

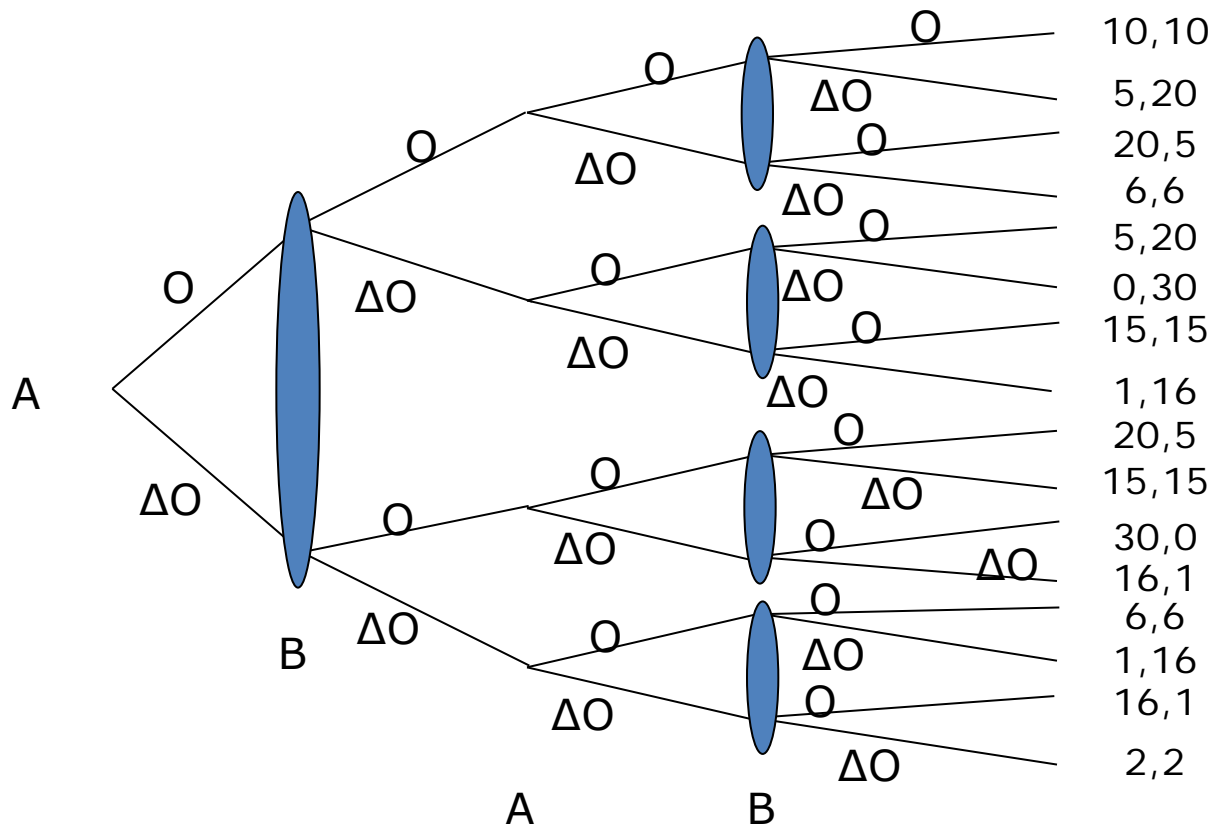
- Επαναλαμβανόμενα παιχνίδια: Παιχνίδια που παίζονται αυτούσια για πολλούς γύρους.
 - Πεπερασμένων γύρων (Finitely repeated games)
 - Απείρων γύρων (Infinitely repeated games)
- Η συμπεριφορά των παικτών όταν ένα παιχνίδι επαναλαμβάνεται πολλές φορές είναι εντελώς διαφορετική από όταν το παιχνίδι παίζεται μόνο μια φορά.
- Εάν οι παίκτες πιστέψουν ότι η «καλή» συμπεριφορά τους θα ανταμειφθεί στο μέλλον, ή ισοδύναμα ότι η «κακή» συμπεριφορά τους θα τιμωρηθεί στο μέλλον, ωθούνται να είναι πιο «ομαδικοί» στο παιχνίδι τους.
 - Οι απειλές για τιμωρία και η αναμονή για ανταμοιβή πρέπει να είναι αξιόπιστες (credible).
- Η έννοια της αμοιβαιότητας (reciprocity) είναι αυτή που διακρίνει τα επαναλαμβανόμενα παιχνίδια.

Γενικά (2/2)

- Κάθε επανάληψη του παιχνιδιού ονομάζεται γύρος (stage).
 - Κάθε γύρος είναι συνήθως ένα παιχνίδι σε στρατηγική μορφή.
- Στην αρχή του παιχνιδιού οι παίκτες έχουν τη δυνατότητα να «συζητήσουν» και να συναποφασίσουν τις στρατηγικές τους.
- Μετά από κάθε γύρο οι παίκτες ενημερώνονται για τις «κινήσεις» των αντιπάλων.

Παραδείγματα: ΔΦ σε 2 γύρους

- Once repeated prisoners' dilemma



Παραδείγματα: Τροποποιημένο ΔΦ

- Έστω ότι κάθε φυλακισμένος έχει μια ακόμη επιλογή, να ομολογήσει μερικώς (ΜΟ).

		B		
		O	ΜΟ	ΔΟ
A	O	5, 5	3, 7	0, 15
	ΜΟ	7, 3	3, 3	2, 8
	ΔΟ	15, 0	8, 2	1, 1

- Το παιχνίδι γύρου έχει δύο σημεία ισορροπίας Nash, το (O,O) και το (ΜΟ, ΜΟ).
 - Η ισορροπία στο σημείο (ΜΟ,ΜΟ) βασίζεται στο γεγονός ότι μολονότι ένας παίκτης, π.χ. ο A, μπορεί να ομολογήσει και να μετακινήσει το παιχνίδι στο σημείο (O, ΜΟ) με αποτέλεσμα (3,7), δεν θα το κάνει γιατί δεν έχει να κερδίσει κάτι.
 - Θεωρούμε δηλαδή ότι μεταξύ ισοδύναμων επιλογών για έναν παίκτη, αυτός θα επιλέξει εκείνη που είναι καλύτερη για τον αντίπαλο.

Παραδείγματα: Άπειρα επαναλαμβανόμενο ΔΦ

- Μια τελευταία παραλλαγή του παιχνιδιού ΔΦ είναι η άπειρη επανάληψη της απλής εκδοχής του.
- Σε αυτή την περίπτωση, όπως και σε όλα τα άπειρα παιχνίδια, θεωρείται ότι το όφελος για τον παίκτη i από την επανάληψη j , u_{ij} , μειώνεται κατά τον παράγοντα δ^j , όπου $0 < \delta < 1$.

$$U_i = \sum_{j=0}^{\infty} \delta^j u_{ij}$$

- Ο παράγοντας δ επιδέχεται διάφορες ερμηνείες, ανάλογα με το παιχνίδι, όπως πιθανότητα επανάληψης του παιχνιδιού, αποπληθωρισμό μελλοντικών κερδών κλπ.

Παράδειγμα: Δημοπρασίες ομολόγων

- Ανά τακτά χρονικά διαστήματα μια κυβέρνηση ανακοινώνει τη δημοπράτηση κρατικών ομολόγων.
- Πελάτες της κυβέρνησης είναι συνήθως οι τράπεζες.
- Κάθε ενδιαφερόμενο ίδρυμα υποβάλλει μια προσφορά αγοράς για συγκεκριμένη ποσότητα και τιμή.
- Το παιχνίδι είναι σαφώς επαναλαμβανόμενο.
- Μπορεί να θεωρηθεί πεπερασμένων γύρων, υπό την έννοια ότι τα στελέχη των τραπεζών που λαμβάνουν τις αποφάσεις ενδιαφέρονται για τον ισολογισμό του έτους, άρα το παιχνίδι ολοκληρώνεται με το τέλος του έτους.

Παράδειγμα: ΟΡΕC

- Στην αγορά πετρελαίου παίζεται ένα παιχνίδι μεταξύ των πετρελαιοπαραγωγών χωρών.
- Κάθε χώρα, ή ομάδα χωρών, αποφασίζει την ποσότητα που θα παράγει (π.χ. ανά μήνα)
- Το παιχνίδι είναι επαναλαμβανόμενο.
- Θα μελετηθεί ως απείρως επαναλαμβανόμενο, υπό την έννοια ότι δεν υπάρχει σαφής χρονικός ορίζοντας (π.χ. ανά έτος) που να προσδιορίζει τις αποφάσεις των διαφόρων παικτών.

Παρατήρηση

- Η διάκριση των επαναλαμβανόμενων παιχνιδιών σε πεπερασμένων και απείρων πολλές φορές είναι υποκειμενική.
- Ένα παιχνίδι πεπερασμένου, αλλά αρκετά μεγάλου, αριθμού γύρων μπορεί να μελετηθεί/εξηγηθεί καλύτερα ως άπειρο παιχνίδι.
- Από την άλλη, αν θεωρήσουμε ότι η ζωή του καθενός είναι πεπερασμένη, θα έπρεπε όλα τα παιχνίδια να μελετούνται ως πεπερασμένα.

Finitely repeated games

Πεπερασμένα επαναλαμβανόμενα παιχνίδια

ΔΦ σε 2 γύρους

- Έστω το απλό ΔΦ με επανάληψη σε δύο γύρους.
- Το συνολικό όφελος (ποινή στην προκειμένη περίπτωση) για κάθε παίκτη είναι το άθροισμα του οφέλους σε κάθε γύρο.
- Στον δεύτερο γύρο, ο οποίος είναι και ο τελευταίος, κάθε παίκτης επιλέγει την καλύτερη για αυτόν κίνηση, δηλαδή να ομολογήσει, η οποία είναι το γνωστό σημείο ισορροπίας Nash του παιχνιδιού.
 - Η απόφαση αυτή είναι ανεξάρτητη από το τι επέλεξαν οι παίκτες στον πρώτο γύρο!
- Με δεδομένο λοιπόν ότι η απόφαση του πρώτου γύρου δεν πρόκειται να επηρεάσει την απόφαση των παικτών στον δεύτερο γύρο, οι παίκτες επιλέγουν να ομολογήσουν και στον πρώτο γύρο!

Γενίκευση

- Το αποτέλεσμα για το ΔΦ σε 2 γύρους μπορεί να γενικευτεί και για το ΔΦ σε 3 γύρους:
 - Η επιλογή των παικτών στους 2 τελευταίους γύρους είναι να ομολογήσουν, ανεξάρτητα από το τι προηγήθηκε στον πρώτο γύρο.
 - Άρα στον πρώτο γύρο δεν έχουν καλύτερη επιλογή από το να ομολογήσουν επίσης.
- Το αποτέλεσμα γενικεύεται (θεωρητικά) και για οποιονδήποτε αριθμό επαναλήψεων.
- Πρόταση: Οποιοδήποτε επαναλαμβανόμενο παιχνίδι, για το οποίο το παιχνίδι γύρου έχει ένα μόνο σημείο ισορροπίας Nash, έχει επίσης ένα μόνο σημείο τέλειας ισορροπίας Nash υποπαιγνίων.

Στρατηγικές στα επαναλαμβανόμενα παιχνίδια

- Η έννοια της στρατηγικής στα επαναλαμβανόμενα παιχνίδια πρέπει να καλύπτει όλα τα πιθανά ενδεχόμενα του παιχνιδιού.
- Για παράδειγμα, στο ΔΦ σε 2 γύρους, κάθε παίκτης έχει να πάρει μια απόφαση για τον πρώτο γύρο και 1 απόφαση στον δεύτερο γύρο για κάθε μία από τις δύο πιθανές αποφάσεις του άλλου παίκτη στον πρώτο γύρο.
- Με δεδομένο ότι ο κάθε παίκτης έχει 2 βασικές στρατηγικές (Ο και ΔΟ) για το παιχνίδι γύρου, το σύνολο των στρατηγικών του για το παιχνίδι των 2 γύρων είναι $2^3=8$.
 - Σε παιχνίδι ΔΦ τριών γύρων, το σύνολο των στρατηγικών κάθε παίκτη είναι $2^5=32$.

Τροποποιημένο ΔΦ (1/7)

- Υπάρχει μεγάλη διαφορά μεταξύ των επαναλαμβανόμενων παιχνιδιών όπου το παιχνίδι γύρου έχει ένα μόνο σημείο ισορροπίας και των παιχνιδιών όπου το παιχνίδι γύρου έχει περισσότερα σημεία ισορροπίας.
- Έστω ότι το ΤΔΦ παίζεται δύο φορές:
 - Στην δεύτερη επανάληψη οι δύο παίκτες μπορεί να επιλέξουν (κατόπιν συνεννόησης) ένα από τα δύο σημεία ισορροπίας.
 - Εφόσον επιλέξουν ένα από τα δύο σημεία, δεν έχουν λόγο να «εξαπατήσουν» ο ένας τον άλλο, γιατί δεν πρόκειται να κερδίσουν περισσότερο.
- Κάθε παίκτης μπορεί να επιλέξει την απόφασή του στον δεύτερο γύρο βάσει των κινήσεων που προηγήθηκαν στον πρώτο γύρο.

A \ B	O	MO	ΔO
O	5, 5	3, 7	0, 15
MO	7, 3	3, 3	2, 8
ΔO	15, 0	8, 2	1, 1

Τροποποιημένο ΔΦ (2/7)

- Έστω ότι οι δύο παίκτες συμφωνούν, πριν ξεκινήσει το παιχνίδι, στα εξής:
 - Στον πρώτο γύρο θα επιλέξουν και οι δύο ΔΟ.
 - Στον δεύτερο γύρο, εφόσον τηρήσουν την «υπόσχεσή» τους, θα επιλέξουν και οι δύο ΜΟ, ειδάλλως θα επιλέξουν και οι δύο Ο.
- Εάν και οι δύο παίκτες τηρήσουν τη συμφωνία τους, τότε η συνολική ποινή τους μετά την ολοκλήρωση των δύο γύρων θα είναι $1+3=4$ για τον καθένα.
- Εάν κάποιος παίκτης, π.χ. ο Α, στον πρώτο γύρο επιλέξει Ο, τότε το τελικό αποτέλεσμα για τους δύο παίκτες θα είναι:
 - Α: $0+5=5$
 - Β: $15+5=20$
- Ο παραπάνω συνδυασμός στρατηγικών για τους δύο παίκτες αποτελεί σημείο τέλειας ισορροπίας Nash για υποπαίγνια.

		B		
		O	MO	ΔO
A	O	5, 5	3, 7	0, 15
	MO	7, 3	3, 3	2, 8
	ΔO	15, 0	8, 2	1, 1

Τροποποιημένο ΔΦ (3/7)

- Η στρατηγική:
 - ΔΟ στον πρώτο γύρο και ΜΟ στον δεύτερο, ή Ο εφόσον δεν τηρηθεί η συμφωνία για τον πρώτο γύρο
- αποτελεί σημείο ισορροπίας μόνο όταν ισχύει:
 - $u_A(\Delta O, \Delta O) + u_A(MO, MO) < u_A(O, \Delta O) + u_A(O, O)$
 - $u_B(\Delta O, \Delta O) + u_B(MO, MO) < u_B(\Delta O, O) + u_B(O, O)$
- Δηλαδή, όταν κανέναν παίκτη δεν τον συμφέρει να αθετήσει μονομερώς τη συμφωνία!
- Παρατηρούμε επίσης ότι μια τέλεια ισορροπία υποπαιγνίου μπορεί να περιλαμβάνει για κάποιους γύρους συνδυασμούς στρατηγικών που δεν είναι σημεία ισορροπίας του απλού παιχνιδιού.
- Ένας παίκτης λοιπόν είναι διατεθειμένος να θυσιάσει βραχυπρόθεσμα οφέλη (εξαπατώντας τον άλλο παίκτη) προκειμένου να μην χάσει τα μακροπρόθεσμα.

		B		
		O	MO	ΔO
A	O	5, 5	3, 7	0, 15
	MO	7, 3	3, 3	2, 8
	ΔO	15, 0	8, 2	1, 1

Τροποποιημένο ΔΦ (4/7)

- Ο συνδυασμός στρατηγικών:
 - Και οι δύο παίκτες επιλέγουν ΔΟ και στους δύο γύρους. Αν κάποιος παίκτης αθετήσει τη συμφωνία στον πρώτο γύρο, τότε οι δύο παίκτες επιλέγουν Ο στον δεύτερο γύρο.
- δεν είναι σημείο ισορροπίας, γιατί κάθε παίκτης μπορεί να αθετήσει τη συμφωνία στον τελευταίο γύρο, χωρίς να ζημιωθεί.
- ΠΡΟΣΟΧΗ: Το γεγονός ότι οι δύο παίκτες συνεργάζονται για να βρουν ένα συνδυασμό στρατηγικών, δεν σημαίνει ότι το παιχνίδι είναι παιχνίδι συνεργασίας. Πράγματι:
 - Κάθε παίκτης ενδιαφέρεται για το προσωπικό του κέρδος μόνο.
 - Κάθε παίκτης δεν αθετεί τη συμφωνία (εφόσον προκύψει μια τέτοια), επειδή δεν τον συμφέρει να το κάνει μονομερώς (και όχι επειδή «σέβεται» το λόγο του...).

	B		
A	O	MO	ΔO
O	5, 5	3, 7	0, 15
MO	7, 3	3, 3	2, 8
ΔO	15, 0	8, 2	1, 1

Τροποποιημένο ΔΦ (5/7)

- Υπάρχουν και άλλα σημεία ισορροπίας για το παιχνίδι των δύο γύρων:
 - Οι δυο παίκτες επιλέγουν (Ο,Ο) και στους δύο γύρους.
- Η συνολική ποινή των δύο παικτών σε αυτή την περίπτωση είναι $5+5=10$. Οποιοσδήποτε παίκτης αθετήσει τη συμφωνία ζημιώνεται, προς όφελος του άλλου.
- Γενικά ισχύει το εξής:
 - Ένα σημείο τέλειας ισορροπίας Nash υποπαιγνίων στα πεπερασμένα επαναλαμβανόμενα παιχνίδια είναι η επιλογή σε κάθε γύρο ενός σημείου ισορροπίας Nash (όχι απαραίτητα πάντα του ίδιου) του παιχνιδιού γύρου.

		B		
		Ο	ΜΟ	ΔΟ
A	Ο	5, 5	3, 7	0, 15
	ΜΟ	7, 3	3, 3	2, 8
	ΔΟ	15, 0	8, 2	1, 1

Τροποποιημένο ΔΦ (6/7)

- Έστω ότι το παιχνίδι επαναλαμβάνεται για T γύρους. Μια τέλεια ισορροπία υποπαιγνίων είναι η εξής:
 - Οι παίκτες επιλέγουν σε όλους τους γύρους $(\Delta O, \Delta O)$, εκτός από τον τελευταίο, όπου επιλέγουν (MO, MO) . Εάν σε κάποιο γύρο η συμφωνία σπάσει, τότε οι παίκτες συνεχίζουν με (O, O) μέχρι τέλους.
- Η αναμενόμενη ποινή για κάθε παίκτη είναι:
 - $(T-1) \cdot 1 + 3 = T + 2$
- Εάν στον γύρο $t < T$ κάποιος παίκτης, π.χ. ο Α, σπάσει τη συμφωνία επιλέγοντας να ομολογήσει, τότε η συνολική ποινή και για τους δύο παίκτες θα είναι:
 - Α: $(t-1) \cdot 1 + 0 + (T-t) \cdot 5 = 5 \cdot T - 4 \cdot t - 1 = T + 4 \cdot (T-t) - 1 > T + 2$
 - Β: $(t-1) \cdot 1 + 15 + (T-t) \cdot 5 = 5 \cdot T - 4 \cdot t + 14 = T + 4 \cdot (T-t) + 14 > T + 2$

		B		
		O	MO	ΔO
A	O	5, 5	3, 7	0, 15
	MO	7, 3	3, 3	2, 8
	ΔO	15, 0	8, 2	1, 1

Τροποποιημένο ΔΦ (7/7)

- Υπάρχουν και παράξενες ισοροπίες υποπαιγνίων. Έστω η παρακάτω συμφωνία για παιχνίδι T γύρων:
 - Οι παίκτες συμφωνούν στον πρώτο γύρο να επιλέξουν (O, ΔO) και σε όλους τους επόμενους γύρους (MO, MO). Εάν σε κάποιο γύρο η συμφωνία σπάσει, οι παίκτες συνεχίζουν με (O, O) μέχρι τέλους.
- Η συνολική ποινή των δύο παικτών από την παραπάνω συμφωνία είναι:
 - A: $0+3\cdot(T-1)=3\cdot(T-1)$, B: $15+(T-1)\cdot 3$
- Έστω ότι ο B σπάει τη συμφωνία εξαρχής, επιλέγοντας να ομολογήσει στον πρώτο γύρο. Οι ποινές τότε γίνονται:
 - A: T·5, B: T·5
- Σε περίπτωση που $T\cdot 5 > 15+(T-1)\cdot 3$ ή ισοδύναμα $T > 6$, δεν συμφέρει τον B να σπάσει μονομερώς τη συμφωνία.

	B			
A		O	MO	ΔO
O		5, 5	3, 7	0, 15
MO		7, 3	3, 3	2, 8
ΔO		15, 0	8, 2	1, 1

Παρατηρήσεις

- Παρατηρούμε ότι ένα επαναλαμβανόμενο παιχνίδι μπορεί να έχει πολλούς συνδυασμούς στρατηγικών που αποτελούν ισορροπία για ολόκληρο το παιχνίδι.
 - Πολλοί μάλιστα συνδυασμοί φαίνονται παράλογοι.
- Εάν υπάρχει κάποιος συνδυασμός στρατηγικών που συμφέρει και τους δύο παίκτες, τότε μπορούν να τον επιλέξουν.
- Ειδικά όμως οι παίκτες πρέπει να βρουν τρόπο να συμφωνήσουν σε έναν συνδυασμό στρατηγικών που ενδεχομένως να είναι περισσότερο ωφέλιμος για τον ένα από τους δύο.
 - Ανάλογο είναι το παιχνίδι της μάχης των φύλων.
- Στην τελική απόφαση παίζει ρόλο η ισχύς του κάθε παίκτη.

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (1/8)

- Έστω ότι η κεντρική τράπεζα εκδίδει κάθε φορά τον ίδιο αριθμό ομολόγων, έστω 100.
- Έστω ότι υπάρχουν δύο μόνο παίκτες, A και B.
- Κάθε παίκτης μπορεί να ζητήσει 50 ή 75 ομόλογα.
- Κάθε παίκτης μπορεί να προσφέρει μια χαμηλή (low) ή μια υψηλή τιμή για τα ομόλογα που ζητά.
- Σε περίπτωση που ο ένας παίκτης προσφέρει υψηλή τιμή ενώ ο άλλος χαμηλή, πρώτα ικανοποιείται πλήρως η ζήτηση του παίκτη που ζήτησε σε υψηλή τιμή.
- Σε περίπτωση που και οι δύο παίκτες προσφέρουν την ίδια τιμή, τα 100 ομόλογα μοιράζονται στους δύο παίκτες ανάλογα με την ποσότητα που ζήτησε ο καθένας τους.
 - Για παράδειγμα, εάν ο ένας παίκτης ζήτησε 75 ομόλογα και ο άλλος 50, οι δύο παίκτες θα πάρουν από 60 και 40 αντίστοιχα.

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (2/8)

- Θεωρούμε ότι οι παίκτες μπορούν και μεταπωλούν όλα τα ομόλογα που αγόρασαν από την κεντρική τράπεζα.
- Το κέρδος ανά ομόλογο εξαρτάται από την τιμή αγοράς και είναι u_{low} και u_{high} . Προφανώς ισχύει $u_{low} > u_{high}$.
- Η κεντρική τράπεζα έχει δύο τρόπους να καθορίσει την τιμή πώλησης:
 - Μοναδική τιμή: Καθορίζεται ως κοινή τιμή πώλησης για όλους τους παίκτες η τιμή εκείνη στην οποία καλύπτεται ακριβώς όλη η ζήτηση.
 - Πολλαπλές τιμές: Κάθε παίκτης αγοράζει στην τιμή στην οποία έκανε προσφορά, μέχρι τον παίκτη στον οποίο εξαντλούνται τα προς πώληση ομόλογα.
- Θα προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα: Ποια πολιτική από τις δυο παραπάνω συμφέρει περισσότερο την κεντρική τράπεζα.

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (3/8)

- Έστω ο πίνακας μιας δημοπρασίας με μοναδική τιμή πώλησης:

	B				
A		50, high	75, high	50, low	75, low
50, high		$50u_h, 50u_h$	$40u_h, 60u_h$	$50u_l, 50u_l$	$50u_l, 50u_l$
75, high		$60u_h, 40u_h$	$50u_h, 50u_h$	$75u_l, 25u_l$	$75u_l, 25u_l$
50, low		$50u_l, 50u_l$	$25u_l, 75u_l$	$50u_l, 50u_l$	$40u_l, 60u_l$
75, low		$50u_l, 50u_l$	$25u_l, 75u_l$	$60u_l, 40u_l$	$50u_l, 50u_l$

- Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται ότι οι πολιτικές ζήτησης 50 ομολόγων κυριαρχούνται πλήρως από αυτές των 75 ομολόγων.
- Άρα οι εταιρείες επιλέγουν πάντα να ζητήσουν 75 ομόλογα.

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (4/8)

- Έστω ο πίνακας μιας δημοπρασίας με πολλαπλές τιμές πώλησης:

	B				
A		50, high	75, high	50, low	75, low
50, high		$50u_h, 50u_h$	$40u_h, 60u_h$	$50u_h, 50u_l$	$50u_h, 50u_l$
75, high		$60u_h, 40u_h$	$50u_h, 50u_h$	$75u_h, 25u_l$	$75u_h, 25u_l$
50, low		$50u_l, 50u_h$	$25u_l, 75u_h$	$50u_l, 50u_l$	$40u_l, 60u_l$
75, low		$50u_l, 50u_h$	$25u_l, 75u_h$	$60u_l, 40u_l$	$50u_l, 50u_l$

- Και σε αυτή την περίπτωση φαίνεται ότι οι πολιτικές ζήτησης 50 ομολόγων κυριαρχούνται πλήρως από αυτές των 75 ομολόγων.
- Άρα σε όλες τις περιπτώσεις οι εταιρείες επιλέγουν να ζητήσουν 75 ομόλογα.

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (5/8)

- Μπορούμε λοιπόν να απλοποιήσουμε τους πίνακες ως εξής:
 - Μοναδική τιμή

	B		
A		75, high	75, low
	75, high	$50u_h, 50u_h$	$75u_l, 25u_l$
	75, low	$25u_l, 75u_l$	$50u_l, 50u_l$

- Πολλαπλές τιμές

	B		
A		75, high	75, low
	75, high	$50u_h, 50u_h$	$75u_h, 25u_l$
	75, low	$25u_l, 75u_h$	$50u_l, 50u_l$

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (6/8)

- Έστω $50u_h > 25u_l$. Τότε στην περίπτωση της μοναδικής τιμής υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική, η (high,high).

	B		
A		75, high	75, low
75, high		50u_h, 50u_h	75u _l , 25u _l
75, low		25u _l , 75u _l	50u _l , 50u _l

- Στην περίπτωση πολλαπλής τιμής όμως, υπάρχει μια δεύτερη ισορροπία, (low,low), εάν ισχύει $50u_l > 75u_h$.

	B		
A		75, high	75, low
75, high		50u_h, 50u_h	75u _h , 25u _l
75, low		25u _l , 75u _h	50u_l, 50u_l

↑ $100u_h > 50u_l > 75u_h$

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (7/8)

- Έστω $50u_h < 25u_l$. Τότε στην περίπτωση της μοναδικής τιμής υπάρχουν δύο σημεία καθαρής ισορροπίας, τα οποία οι δύο παίκτες μπορούν να επιλέγουν εναλλάξ.

	B		
A		75, high	75, low
	75, high	$50u_h, 50u_h$	$75u_l, 25u_l$
	75, low	$25u_l, 75u_l$	$50u_l, 50u_l$

- Στην περίπτωση πολλαπλής τιμής όμως, υπάρχει κυρίαρχη στρατηγική:

	B		
A		75, high	75, low
	75, high	$50u_h, 50u_h$	$75u_h, 25u_l$
	75, low	$25u_l, 75u_h$	$50u_l, 50u_l$

Μελέτη περίπτωσης: Δημοπρασία ομολόγων (8/8)

- Συμφέρει λοιπόν την κεντρική τράπεζα να επιλέγει τη στρατηγική της μοναδικής τιμής:
 - Εάν ισχύει $50u_h > 25u_l$, τότε η στρατηγική μοναδικής τιμής έχει κυρίαρχη στρατηγική την (high, high), σε αντίθεση με την στρατηγική πολλαπλών τιμών, η οποία, υπό προϋποθέσεις, έχει δύο σημεία ισορροπίας Nash, με αποτέλεσμα να δίνει τη δυνατότητα στους παίκτες να συνεννοηθούν για χαμηλή τιμή.
 - Εάν ισχύει $50u_h < 25u_l$, τότε και οι δύο στρατηγικές της τράπεζας δίνουν χαμηλή τιμή ως αποτέλεσμα.
- Το «παράξενο» εκ πρώτης όψεως γεγονός έχει την εξήγηση ότι η μέθοδος των πολλαπλών τιμών αποθαρρύνει γενικά τους παίκτες να προσφέρουν υψηλά ποσά.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ