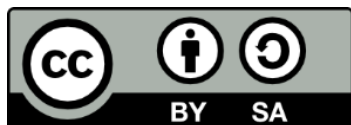


ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Ενότητα 7: Τέλεια ισορροπία Nash για υποπαίγνια

Ρεφανίδης Ιωάννης

Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



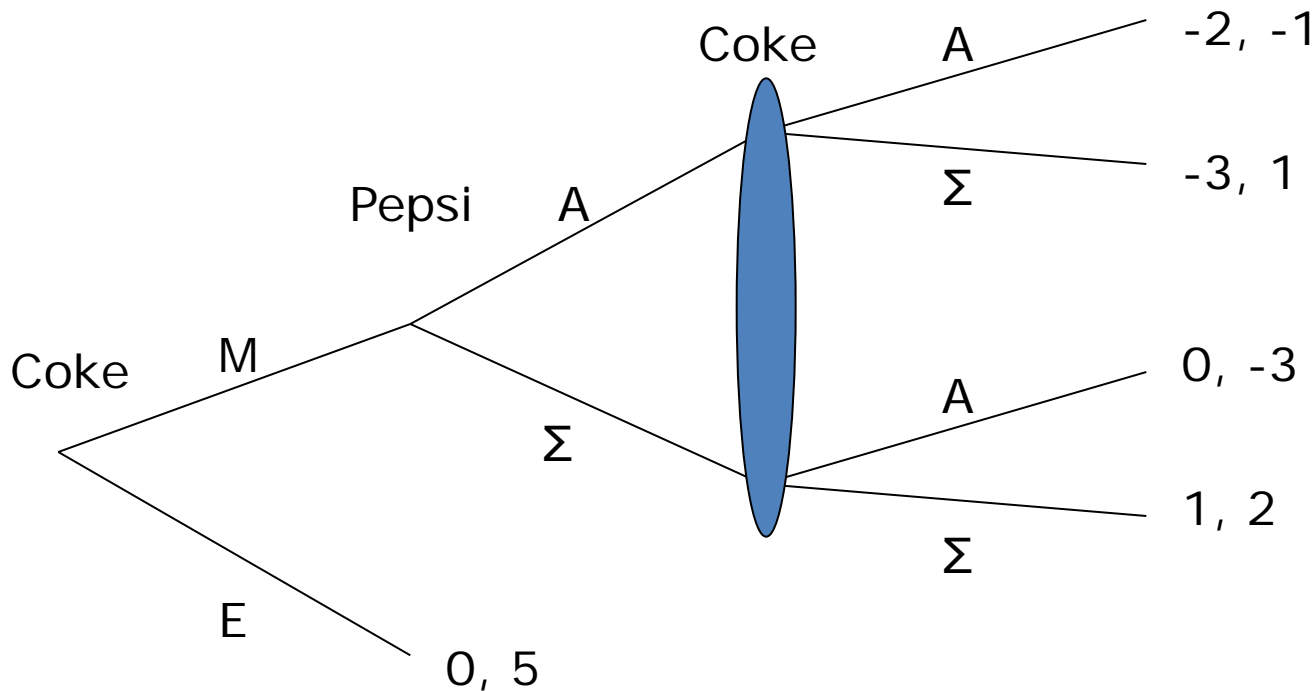
ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Subgame Perfect
Nash Equilibrium

Τέλεια ισορροπία nash για υποπαίγνια

Γενικά

- Η έννοια της τέλειας ισορροπίας Nash για υποπαίγνια αφορά παιχνίδια μη-πλήρους πληροφόρησης σε εκτατική μορφή.
 - Η μη-πλήρης πληροφόρηση δηλώνεται με την ύπαρξη συνόλων πληροφόρησης.



Κόμβοι απόφασης

- Η ύπαρξη συνόλων πληροφόρησης μειώνει το πλήθος των κόμβων απόφασης για τους παίκτες.
- Πράγματι, στο τροποποιημένο παιχνίδι Coke-Pepsi, η Coke έχει πλέον 2 κόμβους απόφασης, αντί των τριών που είχε στο παιχνίδι πλήρους πληροφόρησης.
- Άρα, κάθε στρατηγική της Coke θα πρέπει να έχει δύο σκέλη:
 - Εάν θα εισέλθει στην αγορά ή όχι.
 - Σε περίπτωση που εισέλθει στην αγορά, εάν θα αντιδράσει δυναμικά ή όχι (χωρίς να γνωρίζει τι αποφάσισε να κάνει η Pepsi).

Υποπαίγνια

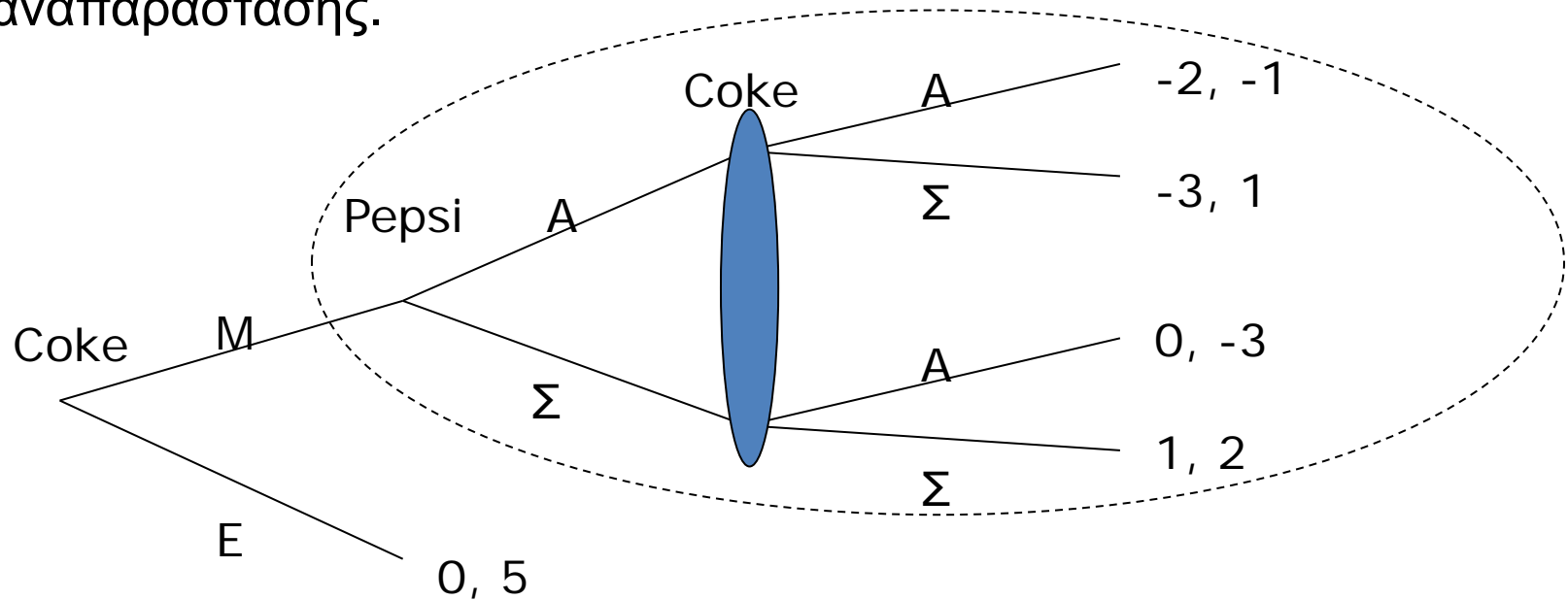
- Ένα υποπαίγνιο (subgame) είναι ένα υπο-δένδρο του αρχικού δένδρου του παιχνιδιού, το οποίο ξεκινά με έναν απλό κόμβο απόφασης.
 - Ένα υποπαίγνιο δεν μπορεί να ξεκινά από ένα σύνολο πληροφόρησης.
- Το τροποποιημένο παιχνίδι Coke-Pepsi έχει δύο υποπαίγνια:
 - Το συνολικό παιχνίδι
 - Το παιχνίδι που προκύπτει μετά την απόφαση της Coke να εισέλθει στην αγορά.
- Σε ένα παιχνίδι πλήρους πληροφόρησης, κάθε κόμβος απόφασης είναι η ρίζα ενός υποπαίγνιου.

Τέλεια ισορροπία Nash για υποπαίγνια

- Έστω s μια στρατηγική για το συνολικό παιχνίδι και g ένα υποδένδρο του αρχικού δένδρου του παιχνιδιού.
- Συμβολίζουμε με $s(g)$ το κομμάτι εκείνο της στρατηγικής s που αφορά το υποπαίγνιο g .
- Δύο στρατηγικές s_1 και s_2 (για δύο παίκτες A και B) αποτελούν τέλεια ισορροπία Nash ενός παιχνιδιού σε εκτατική μορφή, εάν για κάθε υποπαίγνιο g του αρχικού παιχνιδιού οι στρατηγικές $s_1(g)$ και $s_2(g)$ αποτελούν επίσης τέλεια ισορροπία Nash.
- Η αναζήτηση των στρατηγικών αυτών γίνεται με τη μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής.
- Ο παραπάνω ορισμός της ισορροπίας Nash αντανακλά το γεγονός ότι κάθε παίκτης σε κάθε βήμα επιλέγει την καλύτερη δυνατή κίνηση για τον εαυτό του, λαμβάνοντας υπόψη ότι το ίδιο ακριβώς θα κάνει και ο αντίπαλος.

Coke-Pepsi (1/3)

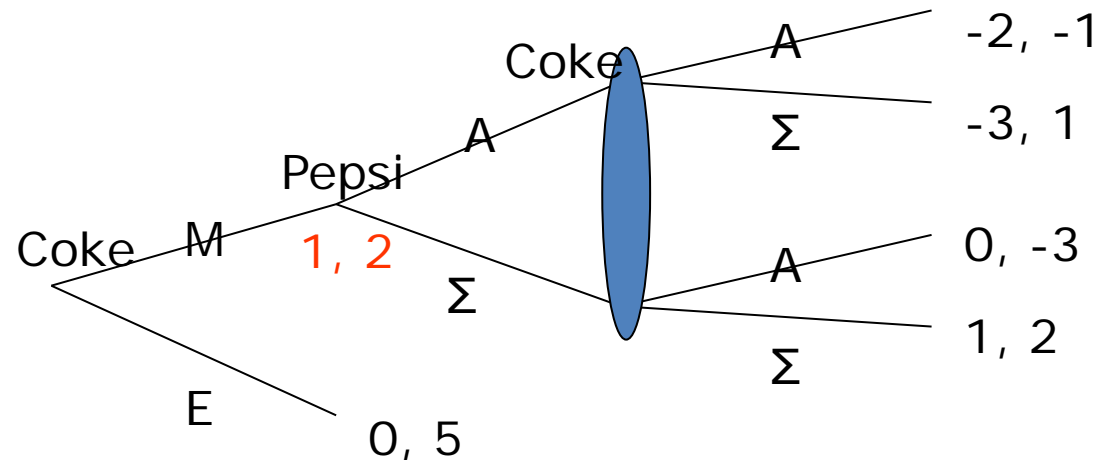
- Ξεκινούμε να υπολογίζουμε ισορροπίες Nash σε υποπαίγνια, ξεκινώντας από τα «τελευταία» χρονικά.
- Στο τρέχον παράδειγμα, το τελευταίο υποπαίγνιο είναι αυτό που ξεκινά μετά την απόφαση της Coke να εισέλθει.
- Η ανάλυση του υποπαίγνιου θα γίνει σε στρατηγική μορφή αναπαράστασης.



Coke-Pepsi (2/3)

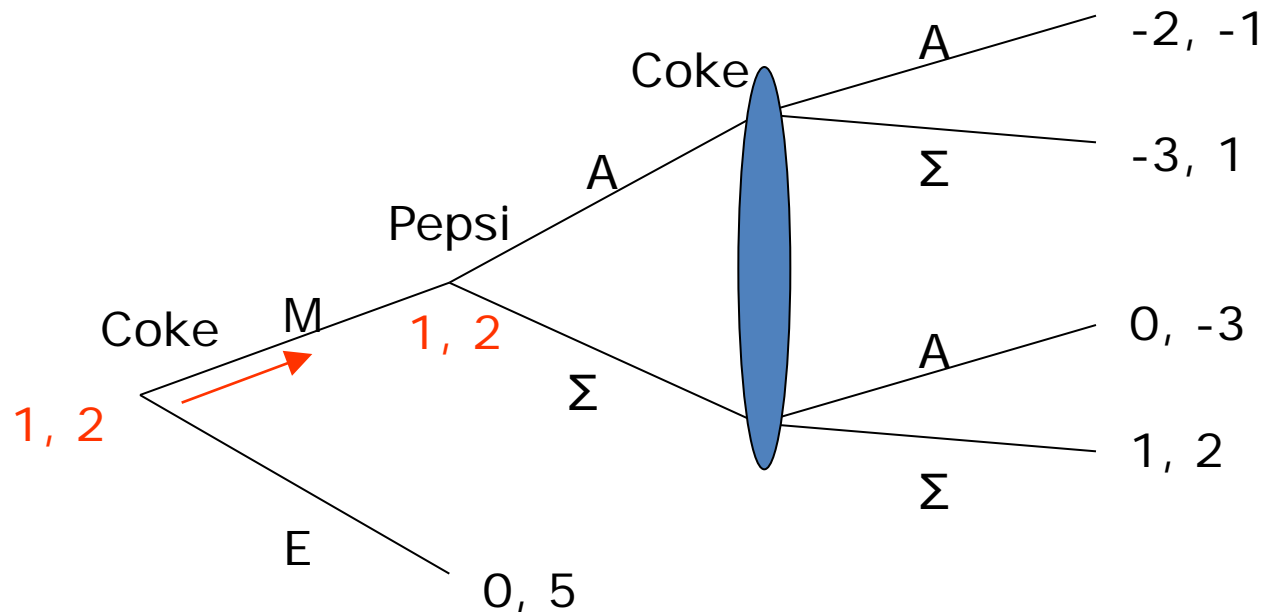
- Από τον πίνακα της στρατηγικής μορφής του υποπαιγνίου φαίνεται ότι υπάρχουν δύο σημεία ισορροπίας Nash:
 - (A,A) με όφελος (-2,-1)
 - (Σ,Σ) με όφελος (1,2)
- Το (Σ,Σ) είναι καλύτερο και για τις δύο εταιρείες, οπότε αναμένεται να επιλεγεί.
- Άρα το αναμενόμενο αποτέλεσμα ολόκληρου του υποπαιγνίου είναι (1,2).

Pepsi		
Coke	A	Σ
A	-2,-1	0,-3
Σ	-3,1	1,2



Coke-Pepsi (3/3)

- Η Coke λοιπόν, υπολογίζοντας ότι αν επιλέξει να εισέλθει στην αγορά, το αναμενόμενο αποτέλεσμα θα είναι $(1, 2)$, επιλέγει να εισέλθει.

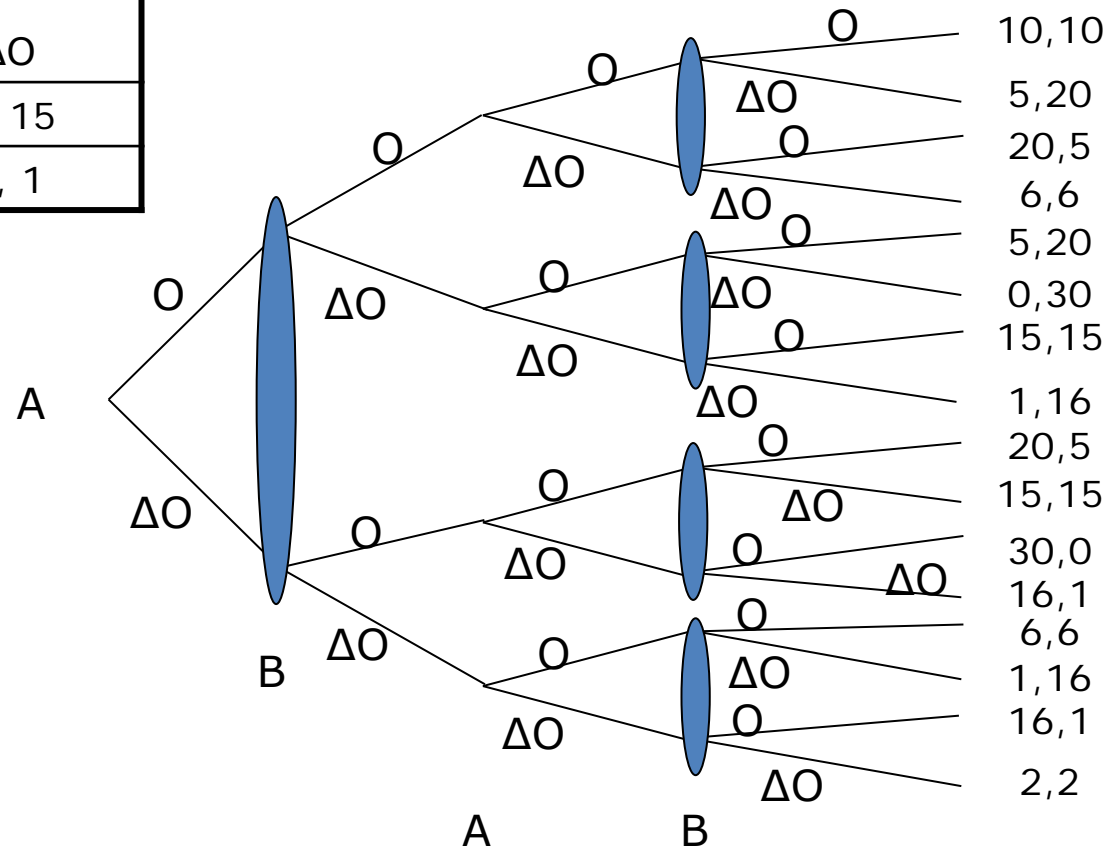


Δίλημμα των φυλακισμένων (1/5)

- Θεωρούμε μια παραλλαγή του διλήμματος των φυλακισμένων, όπου το παιχνίδι επαναλαμβάνεται δύο φορές.
 - Στο τέλος του πρώτου γύρου οι αποφάσεις που πήραν οι δύο παίκτες (στον πρώτο γύρο) γίνονται γνωστές και στους δύο.
 - Το συνολικό όφελος κάθε παίκτη είναι το άθροισμα από τους δύο επιμέρους γύρους.
- Το συνολικό παιχνίδι έχει πέντε υποπαίγνια:
 - Τέσσερα που αφορούν τον δεύτερο γύρο, για τα διάφορα αποτελέσματα του πρώτου γύρου.
 - Το συνολικό παιχνίδι.

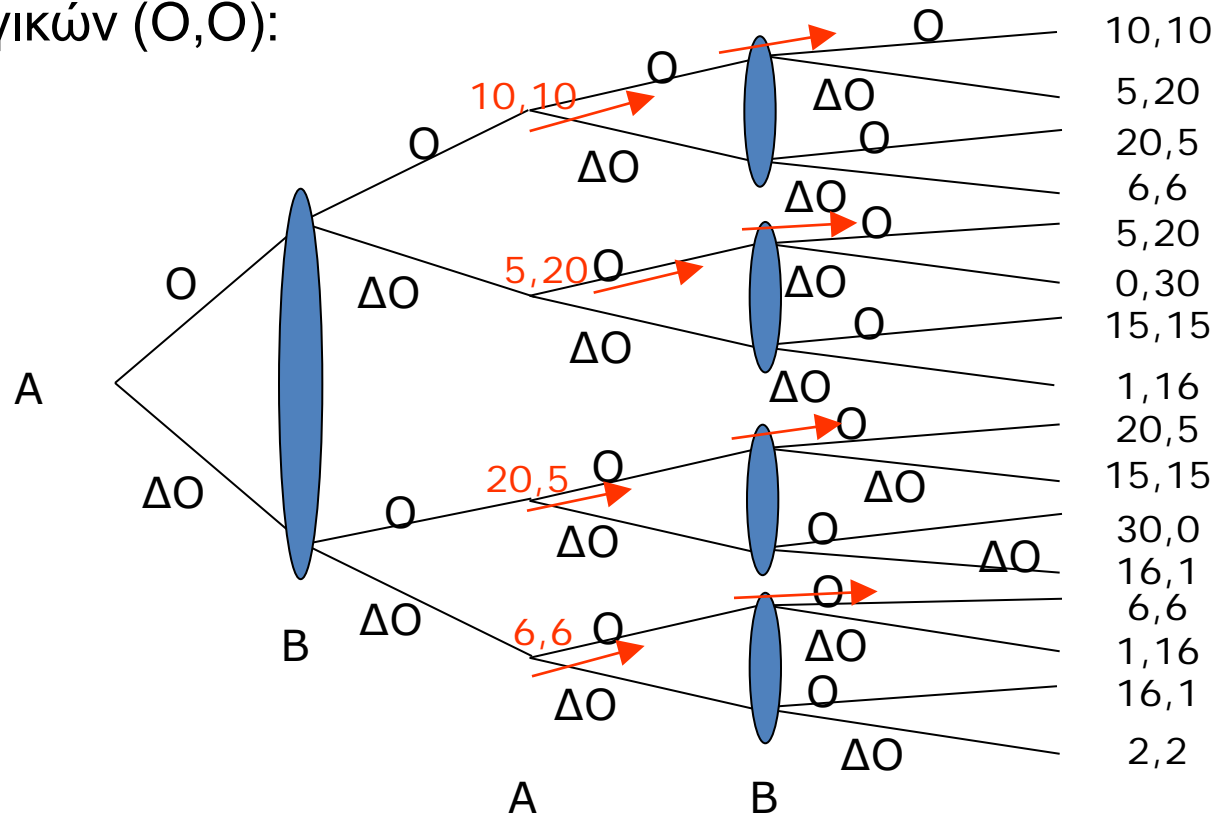
Δίλημμα των φυλακισμένων (2/5)

	B		
A	O	ΔO	
O	5, 5	0, 15	
ΔO	15, 0	1, 1	



Δίλημμα των φυλακισμένων (3/5)

- Τα τέσσερα υποπαίγνια του δεύτερου γύρου έχουν όλα από μία λύση, που αντιστοιχεί σε όλα τα παιχνίδια στο συνδυασμό στρατηγικών (O,O):



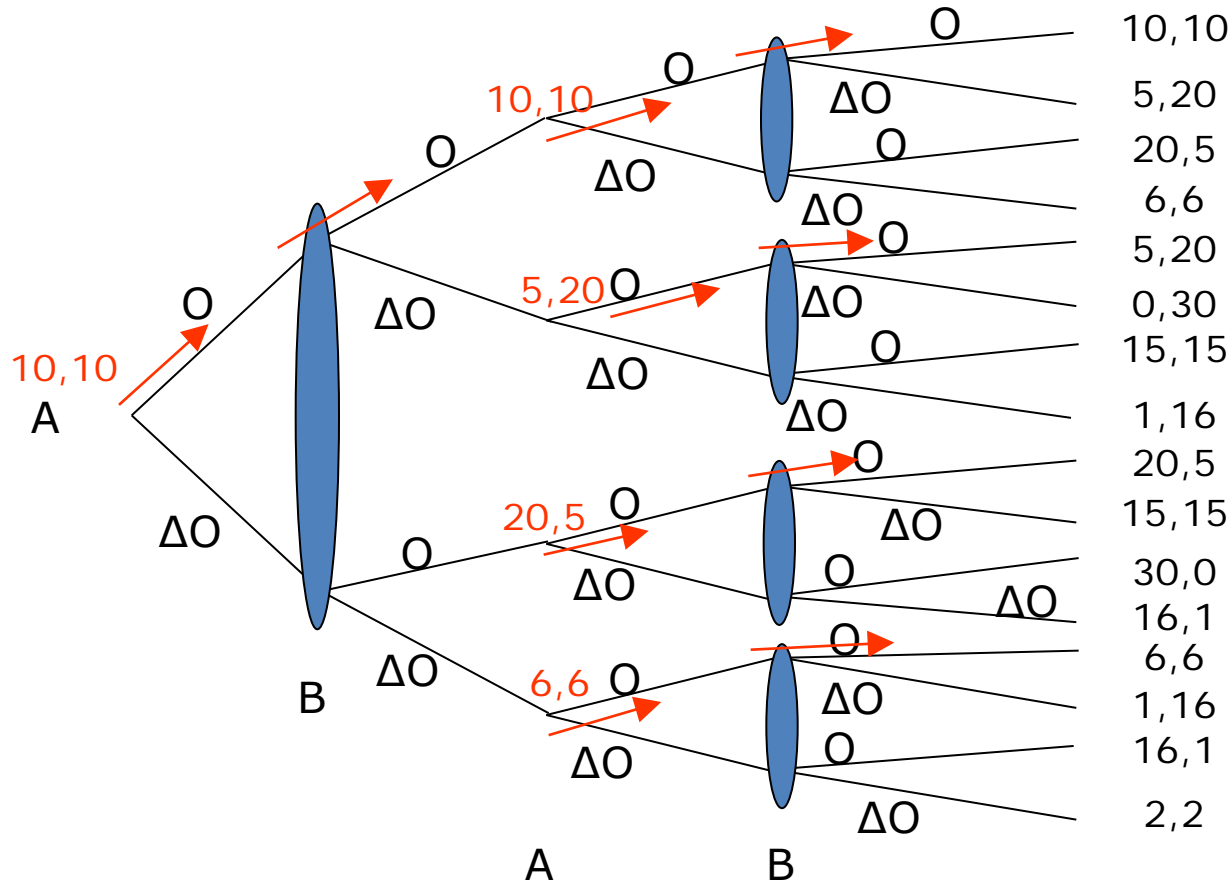
Δίλημμα των φυλακισμένων (4/5)

- Για τον πρώτο γύρο έχουμε πλέον να λύσουμε το παρακάτω παιχνίδι:

	B		
A		O	ΔO
	O	10, 10	5, 20
	ΔO	20,5	6,6

- Το παιχνίδι αυτό έχει μία λύση, το σημείο ισορροπίας Nash (O,O) με τελικό όφελος (10,10).
- Άρα τελικά οι στρατηγικές που επιλέγουν οι δύο παίκτες είναι:
 - A: OOOOO
 - B: OOOOO

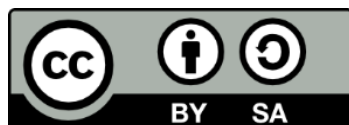
Δίλημμα των φυλακισμένων (5/5)



Παρατήρηση

- Η κεντρική ιδέα της τέλει ισορροπίας Nash για υποπαίγνια είναι:
 - «ό,τι έγινε, έγινε»
- Δηλαδή, από κάθε σημείο του δένδρου, ανεξαρτήτως τι προηγήθηκε, κάθε παίκτης επιλέγει την καλύτερη για αυτό επιλογή, θεωρώντας ότι το ίδιο θα πράξουν και οι αντίπαλοι.
- Ωστόσο η παραπάνω αρχή είναι ιδιαίτερα αυστηρή: Εάν ένας αντίπαλος στις προηγούμενες αποφάσεις τους δεν ήταν λογικός (δεν επέλεξε δηλαδή σύμφωνα με τα σημεία ισορροπίας Nash), τότε πώς μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι θα το κάνει στις επόμενες;

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ