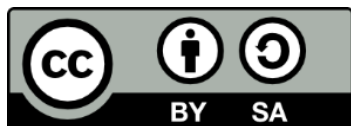


ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Ενότητα 6: Εκτατική μορφή παίγνιων

Ρεφανίδης Ιωάννης

Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Natural Monopoly

Μελέτη περίπτωσης: φυσικό μονοπώλιο

Γενικά

- Μια αγορά χαρακτηρίζεται ως φυσικό μονοπώλιο όταν οι εξωτερικές συνθήκες (τεχνολογικές, ζήτηση κλπ) είναι τέτοιες που δεν υπάρχει χώρος για περισσότερες από μια εταιρείες.
- Φυσικά μονοπώλια μπορούν να προκύψουν όταν:
 - Το κόστος παραγωγής μειώνεται με την ποσότητα.
 - Όταν υπάρχουν ελάχιστες ποσότητες παραγωγής.
 - Όταν η αγορά είναι μικρή.
- Παραδείγματα:
 - Microsoft
 - Boeing

Ένα απλό μοντέλο

- Έστω δύο εταιρείες σε μια αγορά – φυσικό μονοπώλιο:
 - Κάθε χρόνο που οι δύο εταιρείες παραμένουν στην αγορά χάνουν c .
 - Εάν μια εταιρεία αποσυρθεί, η άλλη εταιρεία κερδίζει ετησίως π (έστω $\pi > c$), ενώ αυτή που αποσύρθηκε δεν έχει κέρδη/ζημίες.
 - Έστω ότι κάθε εταιρεία έχει τις επιλογές να αποσυρθεί φέτος ($year0$), του χρόνου ($year1$) ή τον μεθεπόμενο χρόνο ($year2$).

| A \ B | year0 | year1 | year2 |
|--------------|--------------|---------------------|---------------------|
| year0 | 0,0 | 0, π | 0, 2 π |
| year1 | π ,0 | - c , - c | - c , π - c |
| year2 | 2 π ,0 | π - c , - c | -2 c , -2 c |

Ανάλυση (1/3)

- Υπάρχουν δύο σημεία καθαρής ισορροπίας Nash, τα $year2-year0$ και $year0-year2$.
 - Πρόκειται για μη-συμμετρικές ισορροπίες.
- Θα προσπαθήσουμε να βρούμε ένα σημείο συμμετρικής ισορροπίας (προφανώς μικτής πλέον).
 - Έστω p_A , q_A και $(1-p_A-q_A)$ η πιθανότητα με την οποία ο παίκτης A επιλέγει τις στρατηγικές $year0$, $year1$ και $year2$.
 - Τα αναμενόμενα οφέλη για τις διάφορες στρατηγικές του παίκτη B είναι:
 - $Eu_B(year0)=p_A \cdot 0 + q_A \cdot 0 + (1-p_A-q_A) \cdot 0 = 0$
 - $Eu_B(year1)=p_A \cdot \pi + q_A \cdot (-c) + (1-p_A-q_A) \cdot (-c) = p_A \cdot \pi + (1-p_A) \cdot (-c)$
 - $Eu_B(year2)=p_A \cdot 2\pi + q_A \cdot (\pi - c) + (1-p_A-q_A) \cdot (-2c)$

| A \ B | year0 | year1 | year2 |
|-------|-------|---------|----------|
| year0 | 0, 0 | 0, π | 0, 2π |
| year1 | π, 0 | -c, -c | -c, π-c |
| year2 | 2π, 0 | π-c, -c | -2c, -2c |

Ανάλυση (2/3)

- Τα p_A και q_A θα επιλεγούν από την εταιρεία A με τέτοιο τρόπο ώστε:
 - $Eu_B(\text{year0})=Eu_B(\text{year1})=Eu_B(\text{year2})$
- Λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων (2x2) προκύπτει:
 - $p_A=c/(\pi+c)$
 - $q_A=0$
 - $1-p_A-q_A=\pi/(\pi+c)$
- Ακριβώς τα ίδια αποτελέσματα θα προέκυπταν και για την εταιρεία B.
 - $p_B=c/(\pi+c)$
 - $q_B=0$
 - $1-p_B-q_B=\pi/(\pi+c)$

| A \ B | year0 | year1 | year2 |
|-------|-------|---------|----------|
| year0 | 0,0 | 0,π | 0, 2π |
| year1 | π,0 | -c, -c | -c, π-c |
| year2 | 2π,0 | π-c, -c | -2c, -2c |

Ανάλυση (3/3)

- Άρα, το σημείο μικτής (συμμετρικής) ισορροπίας Nash δεν περιλαμβάνει τη στρατηγική $year1$ για καμία εταιρεία!
- Κάθε εταιρεία λοιπόν πρέπει ανεξάρτητα να αποφασίσει αν θα εξέλθει της αγοράς εξαρχής ή μετά από 2 χρόνια.
- Το παράδειγμα μπορεί να γενικευθεί σε περισσότερες χρονικές περιόδους.
- Προσοχή: Το παράδειγμα υποθέτει ότι κάθε εταιρεία λαμβάνει την απόφαση της στην αρχή της περιόδου και δεν μπορεί να την αλλάξει ενδιάμεσα.

| A \ B | year0 | year1 | year2 |
|-------|-------|---------|----------|
| year0 | 0,0 | 0,π | 0, 2π |
| year1 | π,0 | -c, -c | -c, π-c |
| year2 | 2π,0 | π-c, -c | -2c, -2c |

Extensive form games

Εκτατική μορφή παιχνιδιών

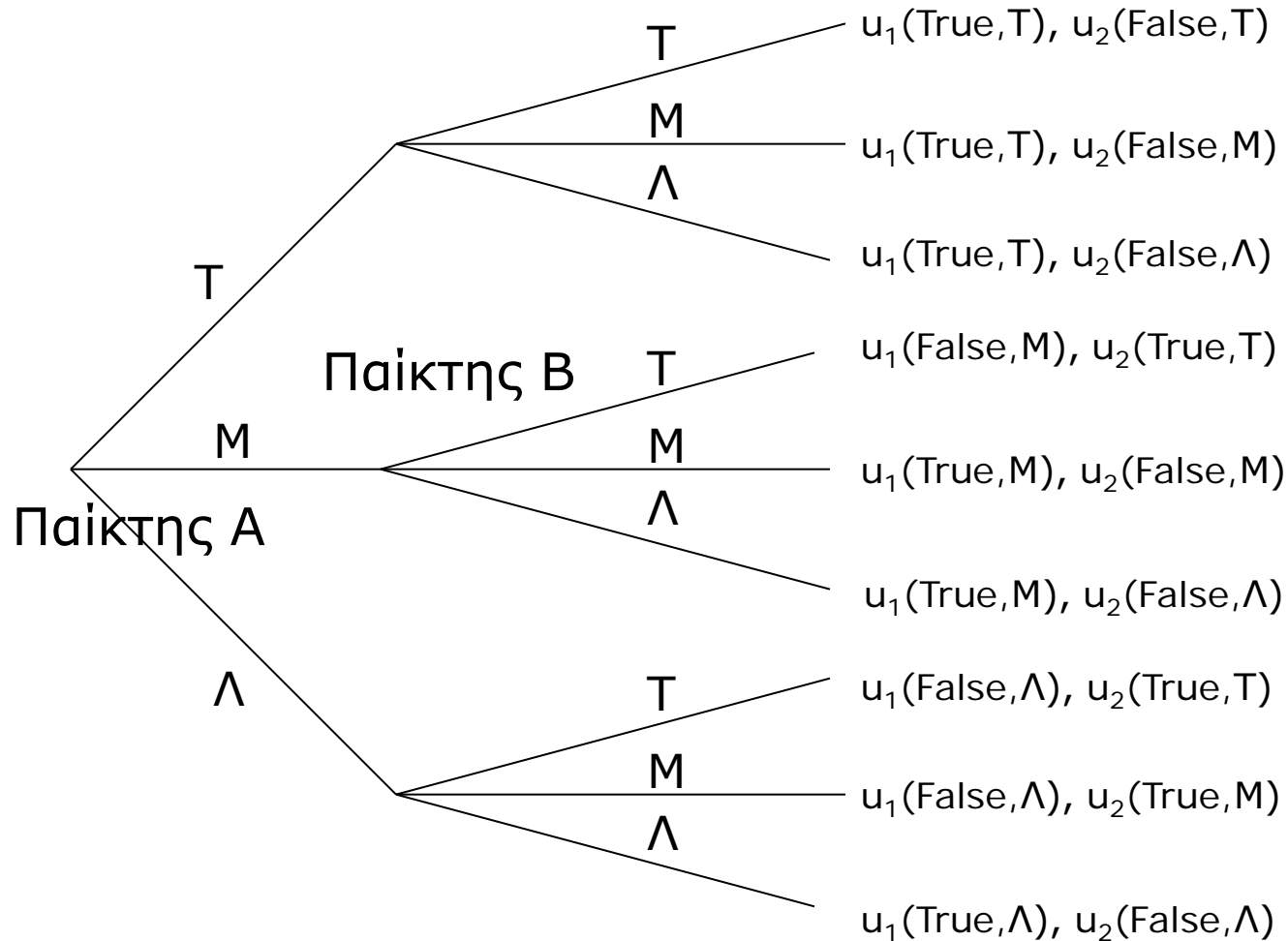
Γενικά

- Πολλά παιχνίδια περιλαμβάνουν διαδοχικές (μη-ταυτόχρονες) αποφάσεις των παικτών.
- Κάθε παίκτης αποφασίζει γνωρίζοντας συνήθως τις αποφάσεις όλων των παικτών που προηγήθηκαν.
 - Σκάκι
- Τέτοια παιχνίδια λέγονται δυναμικά (dynamic) ή ακολουθιακά (sequential).
- Τα δυναμικά παιχνίδια συνηθίζεται να παριστάνονται στην εκτατική μορφή αναπαράστασης (extensive form).

Παράδειγμα: Εισιτήρια Θεάτρου (1/2)

- Δύο θεατρόφιλοι, A και B, πρέπει να αποφασίσουν ποιο μέσο μεταφοράς θα χρησιμοποιήσουν για να πάνε στο θέατρο:
 - T(αξί)
 - M(ετρό)
 - Λ(εωφορείο)
- Στο θέατρο έχει απομείνει ακριβώς ένα εισιτήριο, το οποίο θα το πάρει ο πρώτος που θα φθάσει.
- Το T είναι γρηγορότερο από το M, το οποίο είναι γρηγορότερο από το Λ.
- Ο A αναχωρεί πριν από τον B.
- Για να προλάβει ο B πρέπει να χρησιμοποιήσει γρηγορότερο μέσο μεταφοράς.

Παράδειγμα: Εισιτήρια θεάτρου (2/2)



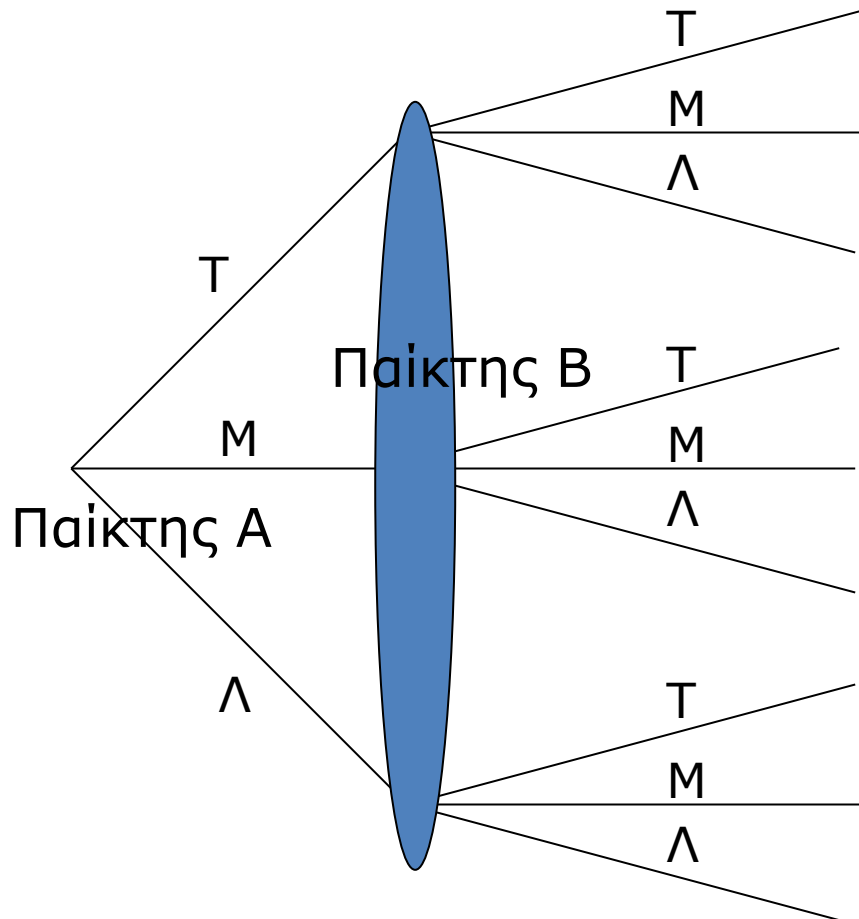
Παρατηρήσεις

- Το δένδρο της προηγούμενης διαφάνειας ονομάζεται *δένδρο του παιχνιδιού* (game tree)
- Οι εσωτερικοί κόμβοι του δένδρου ονομάζονται κόμβοι απόφασης (decision nodes).
- Τα φύλλα (τερματικοί κόμβοι) του δένδρου αναγράφουν το αντίστοιχο όφελος κάθε παίκτη.
- Ένας παίκτης μπορεί να εμφανίζεται στο δένδρο περισσότερες από μία φορές.
- Ένα παιχνίδι μπορεί να περιλαμβάνει περισσότερους από δύο παίκτες.

Σύνολα πληροφόρησης (1/3)

- Είναι δυνατόν ένας παίκτης να αποφασίζει τη στρατηγική του χωρίς να γνωρίζει αποφάσεις άλλων παικτών που προηγήθηκαν.
 - Για παράδειγμα, στο παιχνίδι με τα εισιτήρια, ο παίκτης B που ξεκινά δεύτερος από το σπίτι του, δεν γνωρίζει ποιο μέσο μεταφοράς επέλεξε ο παίκτης A.
- Σε τέτοιες περιπτώσεις, όπου δηλαδή μια απόφαση δεν γίνεται γνωστή σε άλλους παίκτες, τα παιδιά του αντίστοιχου κόμβου απόφασης εμφανίζονται ως ένας μεγάλος οβάλ κόμβος που ονομάζεται *σύνολο πληροφόρησης* (information set).

Σύνολα πληροφόρησης (2/3)



Σύνολα πληροφόρησης (3/3)

- Παιχνίδια στα οποία δεν υπάρχουν σύνολα πληροφόρησης ονομάζονται *παιχνίδια πλήρους πληροφόρησης* (**perfect information games**).
 - Στα παιχνίδια πλήρους πληροφόρησης κάθε παίκτης γνωρίζει όλες τις προηγούμενες αποφάσεις των αντιπάλων του.
 - Τα υπόλοιπα παιχνίδια ονομάζονται *παιχνίδια μη-πλήρους πληροφόρησης* (**imperfect information games**).

Στρατηγικές

- Μια στρατηγική είναι ένα πλήρες, υπό προϋποθέσεις πλάνο ενεργειών.
 - Πρέπει να καλύπτει όλες τις περιπτώσεις του παιχνιδιού (πριν ξεκινήσει το παιχνίδι).
 - Πρέπει να περιλαμβάνει μια απόφαση για κάθε κόμβο απόφασης που αφορά τον παίκτη.
- Στο παιχνίδι με τα εισιτήρια, ο παίκτης A έχει 3 στρατηγικές.
 - T, M, Λ
- Ο παίκτης B έχει $3^3=27$ στρατηγικές, τρεις για κάθε μία από τις στρατηγικές του παίκτη A.
 - TTT, TTM, TTL, TLT, TLM, TLL, ..., LLL

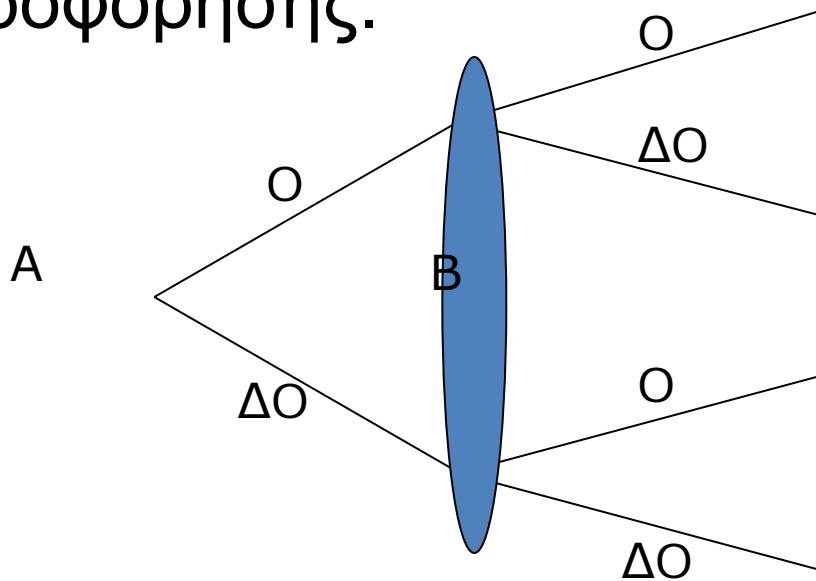
Εκτατική και στρατηγική μορφή παιχνιδιών (1/2)

- Έχοντας καταγράψει τις διάφορες στρατηγικές των δύο παικτών, μπορούμε να περιγράψουμε το παιχνίδι στην στρατηγική μορφή:

| | | B | | | |
|----------|----------|---|---|-----|---|
| | | TTT | TTM | ... | ΛΛΛ |
| A | T | $u_1(\text{True}, T), u_2(\text{False}, T)$ | $u_1(\text{True}, T), u_2(\text{False}, T)$ | ... | $u_1(\text{True}, T), u_2(\text{False}, \Lambda)$ |
| | M | $u_1(\text{False}, M), u_2(\text{True}, T)$ | $u_1(\text{False}, M), u_2(\text{True}, T)$ | ... | $u_1(\text{True}, M), u_2(\text{False}, \Lambda)$ |
| | Λ | $u_1(\text{False}, \Lambda), u_2(\text{True}, T)$ | $u_1(\text{False}, \Lambda), u_2(\text{True}, M)$ | ... | $u_1(\text{True}, \Lambda), u_2(\text{False}, \Lambda)$ |

Εκτατική και στρατηγική μορφή παιχνιδιών (2/2)

- Ισχύει και το αντίστροφο:
 - Κάθε παιχνίδι σε στρατηγική μορφή μπορεί να γραφεί σε εκτατική, χρησιμοποιώντας σύνολα πληροφόρησης.

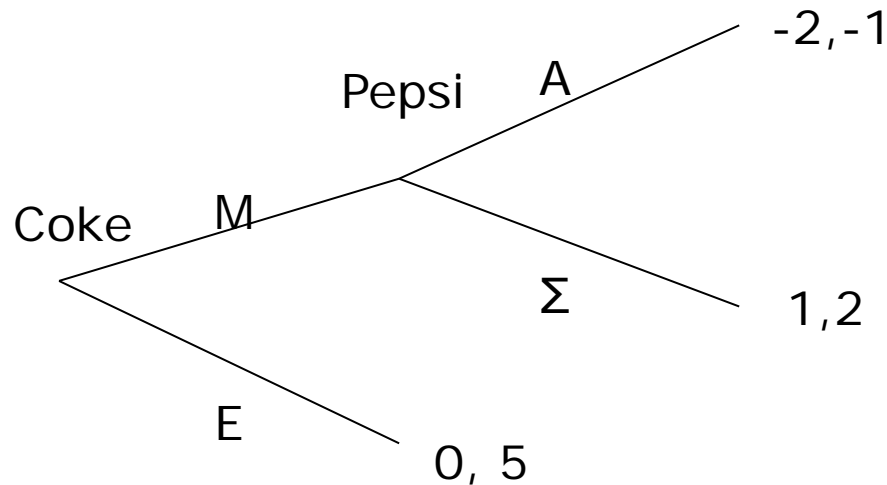


Μικτές στρατηγικές

- Κάθε παίκτης μπορεί να έχει μικτές στρατηγικές, όπως ακριβώς και στη στρατηγική μορφή των παιχνιδιών.
 - Μια μικτή στρατηγική είναι μία κατανομή πιθανοτήτων επάνω στις καθαρές στρατηγικές του παίκτη.

Παράδειγμα: Coke-Pepsi (1/9)

- Έστω ότι η Coca-Cola (Coke) πρέπει να αποφασίσει εάν θα εισέλθει ή όχι στην αγορά της πρώην Σοβιετικής Ένωσης, την οποία μέχρι τώρα ελέγχει η Pepsi.
 - Υπάρχουν λοιπόν δύο επιλογές για την Coke, **M**(έσα) και **E**(ξω).
- Εάν η Coke αποφασίσει να εισέλθει, η Pepsi έχει δύο επιλογές, να **A**(ντιδράσει) έντονα και να **Σ**(υμβιβαστεί).

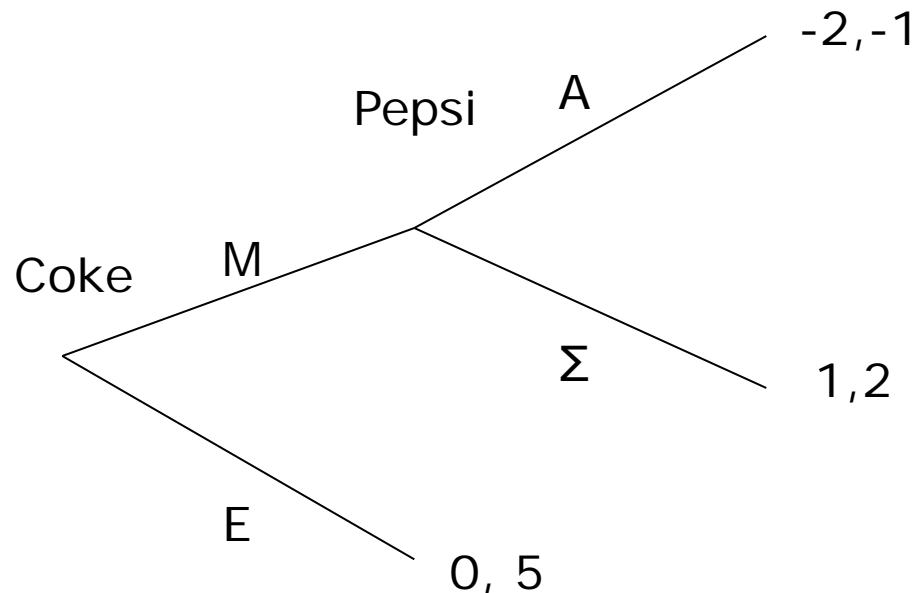


Προς τα πίσω επαγωγή

- Η μέθοδος της *προς τα πίσω επαγωγής* (**backward induction**) επιχειρεί να προβλέψει τι θα επιλέξει κάθε παίκτης σε κάθε κόμβο απόφασης.
- Η κεντρική ιδέα είναι ότι κάθε παίκτης επιλέγει σε κάθε κόμβο την επιλογή εκείνη που του δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα από το σημείο εκείνο και πέρα.
- Οι υπολογισμοί γίνονται ξεκινώντας από τους τελευταίους κόμβους απόφασης και προχωρώντας προς τα πίσω μέχρι τη ρίζα.

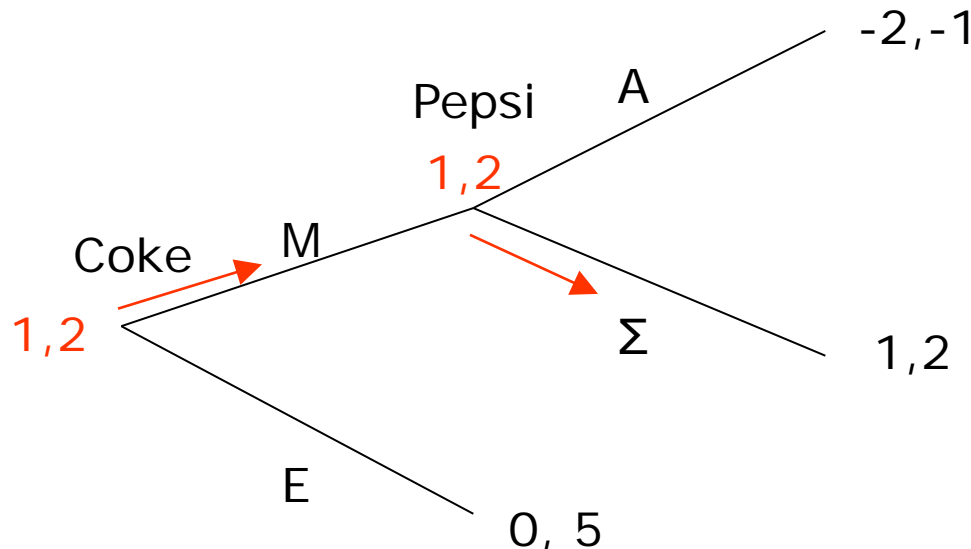
Παράδειγμα: Coke-Pepsi (2/9)

- Το δένδρο απόφασης έχει δύο κόμβους απόφασης, έναν για την Coke στην αρχή και έναν για την Pepsi στη συνέχεια.
- Έστω ότι έχει έρθει η ώρα της Pepsi να αποφασίσει.
- Αυτή θα επιλέξει Σ, μιας και σε αυτή την περίπτωση το όφελος της είναι 2 (αντί για -1). Το αντίστοιχο όφελος της Coke θα είναι 1.



Παράδειγμα: Coke-Pepsi (3/9)

- Η Coke, εκτελώντας τους ίδιους συλλογισμούς, αντιλαμβάνεται ότι εάν επιλέξει να εισέλθει στην αγορά η Pepsi δεν θα αντιδράσει και άρα το τελικό όφελος της Coke θα είναι 1.
- Αντίθετα, εάν δεν εισέλθει στην αγορά, το τελικό όφελός της θα είναι 0.
- Έτσι τελικά αποφασίζει να εισέλθει στην αγορά.



Παράδειγμα: Coke-Pepsi (4/9)

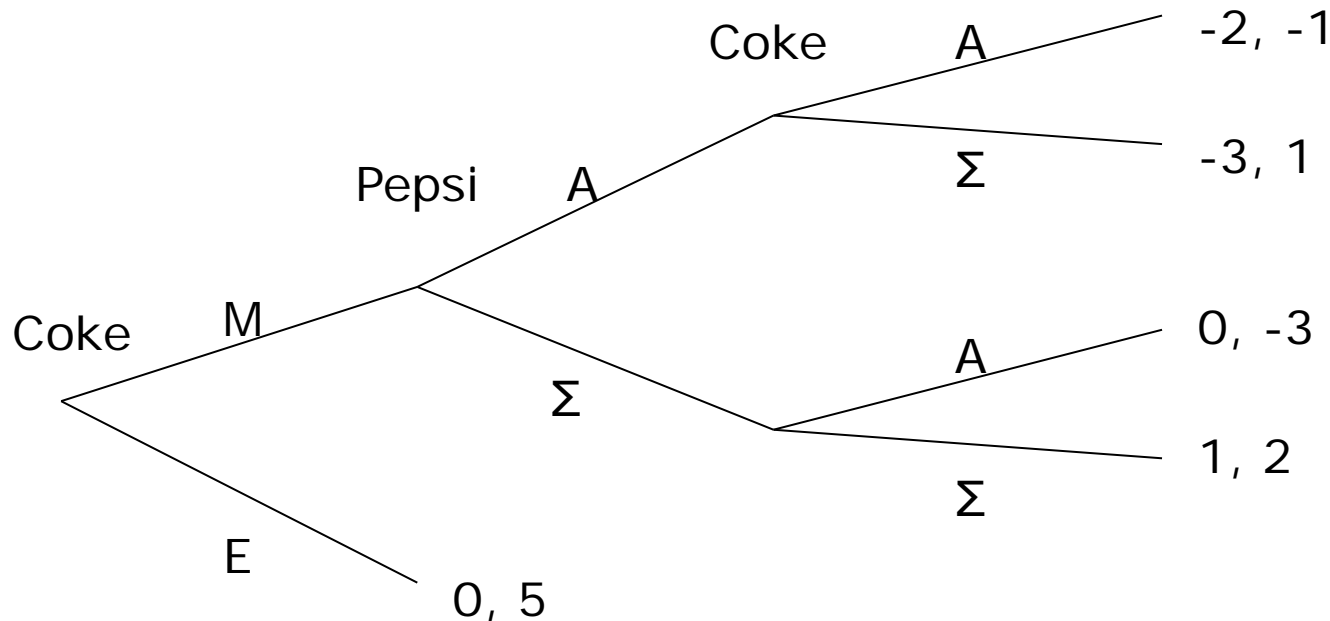
- Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε εάν διερευνούσαμε την στρατηγική μορφή του παιχνιδιού.

| | | | |
|------|-------|-------|----------|
| | Pepsi | | |
| Coke | | A | Σ |
| M | | -2,-1 | 1,2 |
| E | | 0,5 | |

- Ο συνδυασμός στρατηγικών (M, Σ) αποτελεί σημείο ισορροπίας Nash.
- Το ίδιο ισχύει και για το συνδυασμό στρατηγικών (E,A). Ωστόσο, με δεδομένο ότι πρώτη αποφασίζει η Coke, έχει κάθε λόγο να οδηγήσει το παιχνίδι στο σημείο (M, Σ).

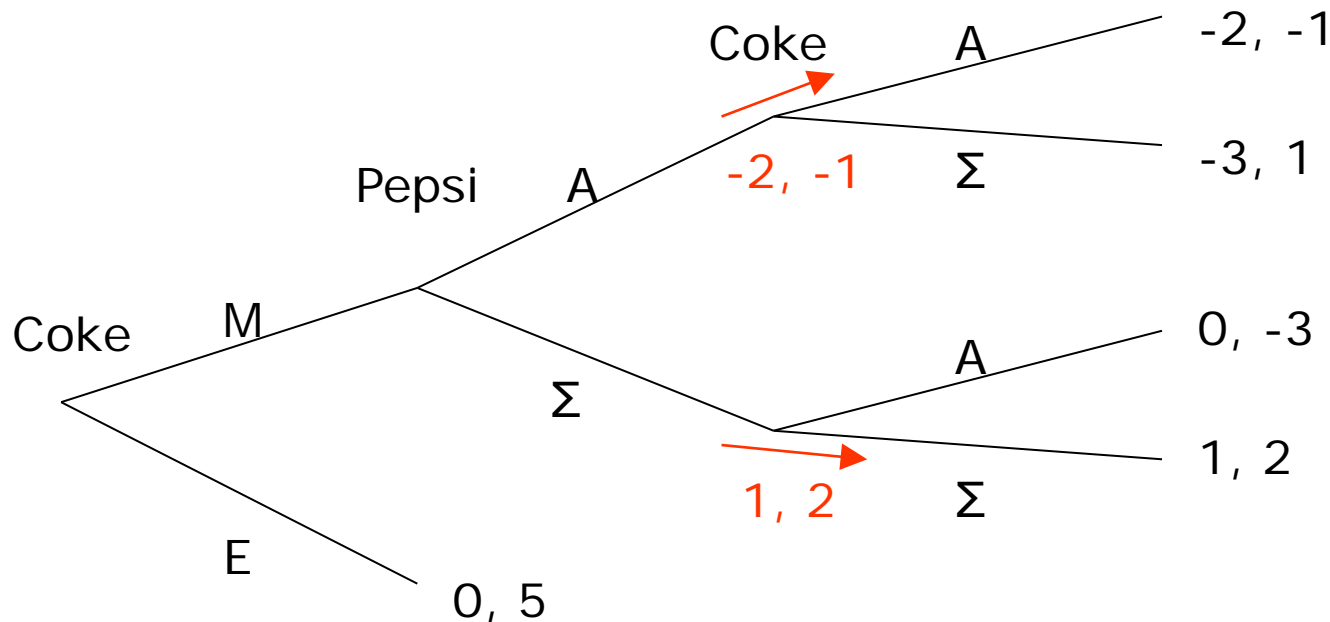
Παράδειγμα: Coke-Pepsi (5/9)

- Επεκτείνουμε το παράδειγμα ως εξής:
- Αφού η Coke εισέλθει στην αγορά, ανεξαρτήτως της επιλογής της Pepsi, η Coke μπορεί και αυτή με τη σειρά της να ακολουθήσει μια επιθετική πολιτική, δηλαδή να **A**(ντιδράσει), ή να ακολουθήσει μια ήρεμη πολιτική, δηλαδή να **Σ**(υμβιβαστεί).



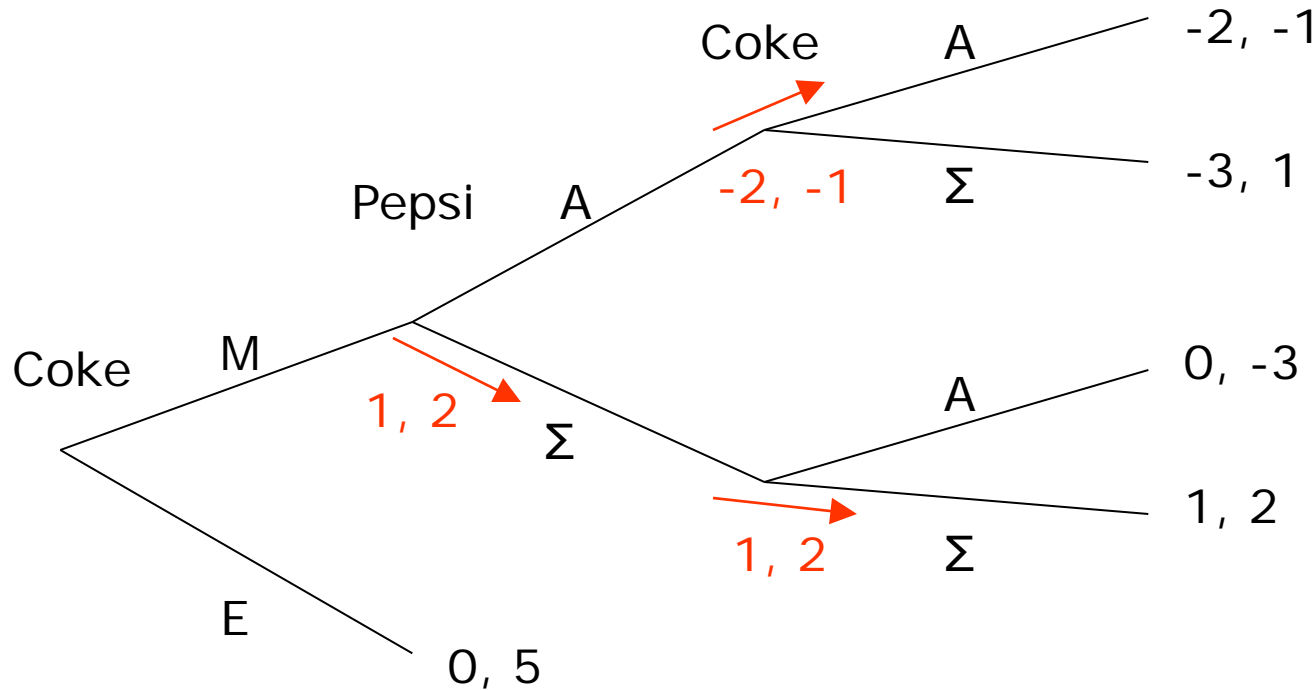
Παράδειγμα: Coke-Pepsi (6/9)

- Το δένδρο τώρα έχει τέσσερις κόμβους απόφασης, τρεις για την Coke και έναν για την Pepsi.
- Οι κόμβοι απόφασης του τελευταίου επιπέδου αφορούν την Coke. Οι αποφάσεις της Coke λαμβάνονται βάσει του οφέλους της στα διάφορα φύλλα του δένδρου:



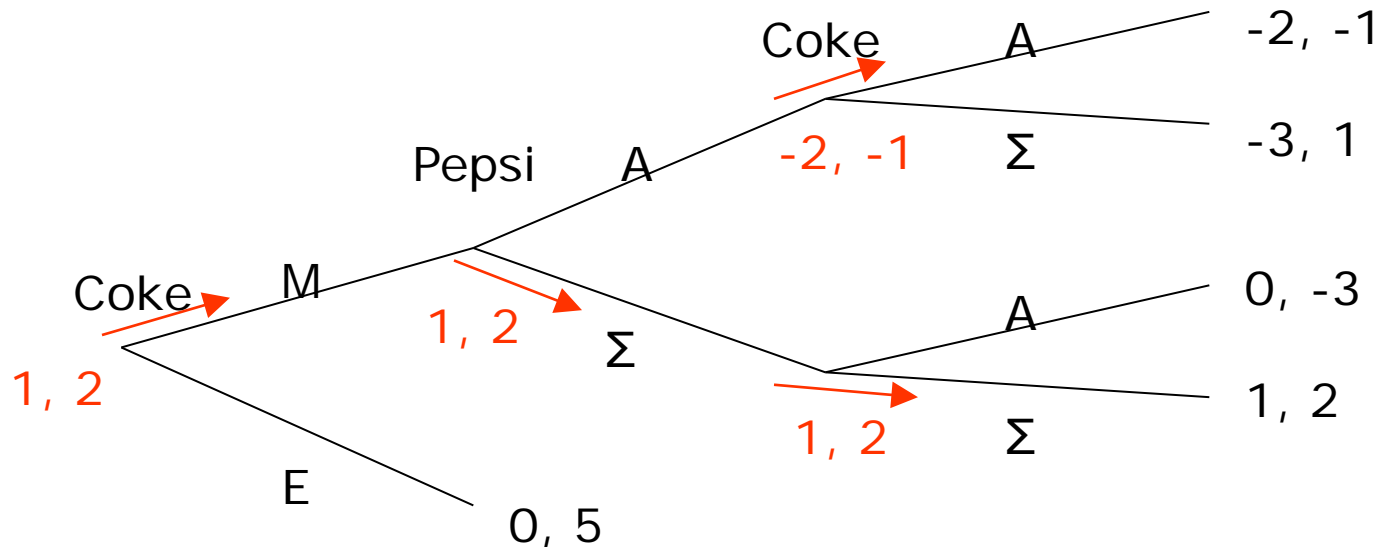
Παράδειγμα: Coke-Pepsi (7/9)

- Στη συνέχεια, η Pepsi αποφασίζει εάν θα αντιδράσει ή θα συμβιβαστεί βάσει της αναμενόμενης εξέλιξης του παιχνιδιού σε κάθε μια περίπτωση:



Παράδειγμα: Coke-Pepsi (8/9)

- Τελικά, η Coke αποφασίζει στη ρίζα του δένδρου να εισέλθει στην αγορά. Η τελική κατάληξη του παιχνιδιού είναι (1,2).



- Πλέον η Coke έχει το μεγαλύτερο μερίδιο στην αγορά των χωρών της Ανατολικής Ευρώπης.

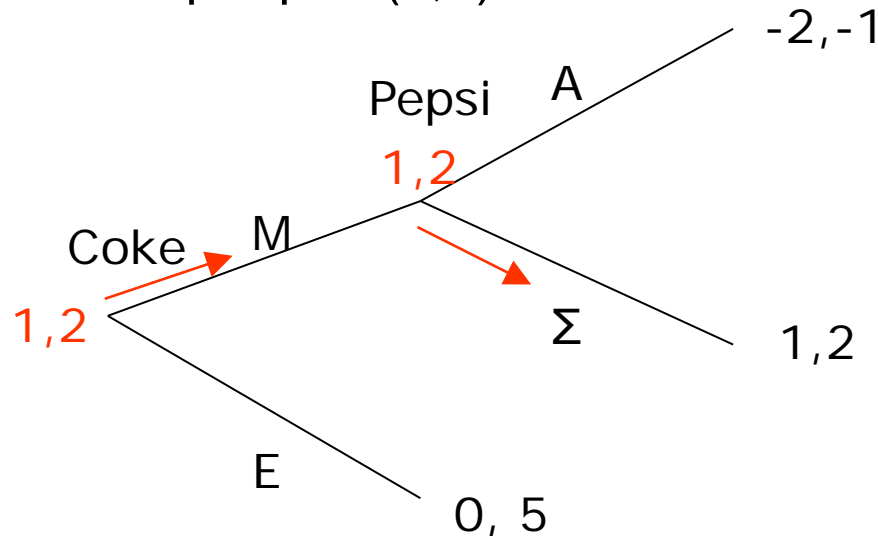
Παράδειγμα: Coke-Pepsi (9/9)

- Στον πίνακα φαίνεται η στρατηγική μορφή αναπαράστασης του παιχνιδιού.
- Τα δύο κελιά με πορτοκαλί φόντο αποτελούν σημείο ισορροπίας Nash.
 - Ουσιαστικά πρόκειται για το ίδιο σημείο, το οποίο αποτελεί και τη λύση που βρήκαμε με τη μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής.
- Ωστόσο, η στρατηγική ΜΑΣ πλεονεκτεί έναντι της ΜΣΣ, γιατί χειρίζεται καλύτερα την περίπτωση που η Pepsi αποφασίσει να αντιδράσει.

| Pepsi | | |
|------------|----------|-------------|
| Coke | A | Σ |
| ΜΑΑ | -2, -1 | 0, -3 |
| ΜΑΣ | -2, -1 | 1, 2 |
| ΜΣΑ | -3, 1 | 0, -3 |
| ΜΣΣ | -3, 1 | 1, 2 |
| Ο | 0, 5 | 0, 5 |

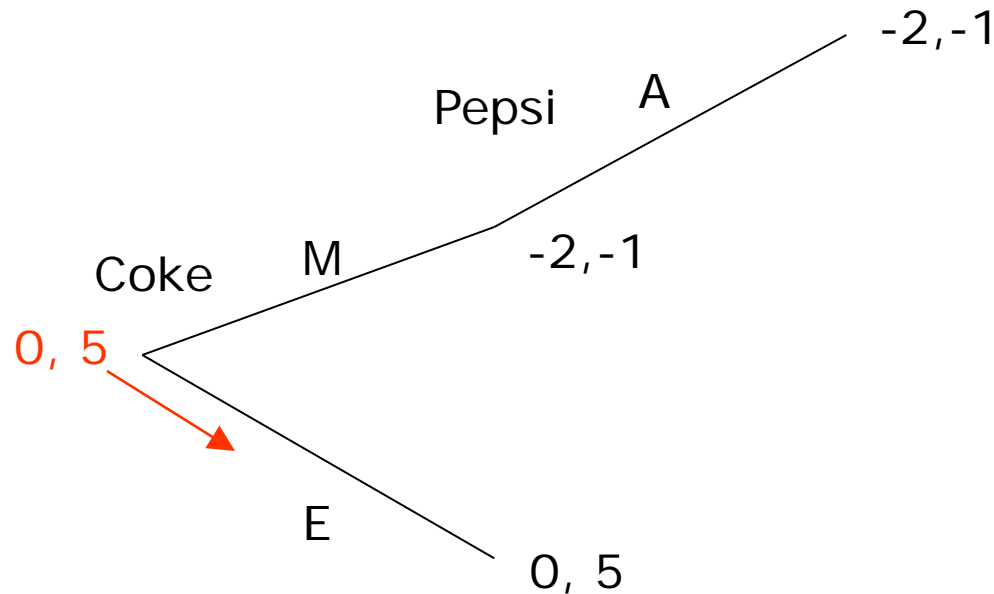
Ο ρόλος της δέσμευσης (1/4)

- Είναι κοινή πεποίθηση ότι το να έχουμε πολλές επιλογές είναι καλύτερο από το να έχουμε λίγες.
- Ωστόσο κάτι τέτοιο μπορεί να είναι επιζήμιο σε παιχνίδια με αντιπάλους, όταν οι αντίπαλοι γνωρίζουν τις επιλογές μας.
- Έστω για παράδειγμα το παιχνίδι Coke-Pepsi με 2 επιπέδων, όπου το τελικό αποτέλεσμα ήταν $(1,2)$.



Ο ρόλος της δέσμευσης (2/4)

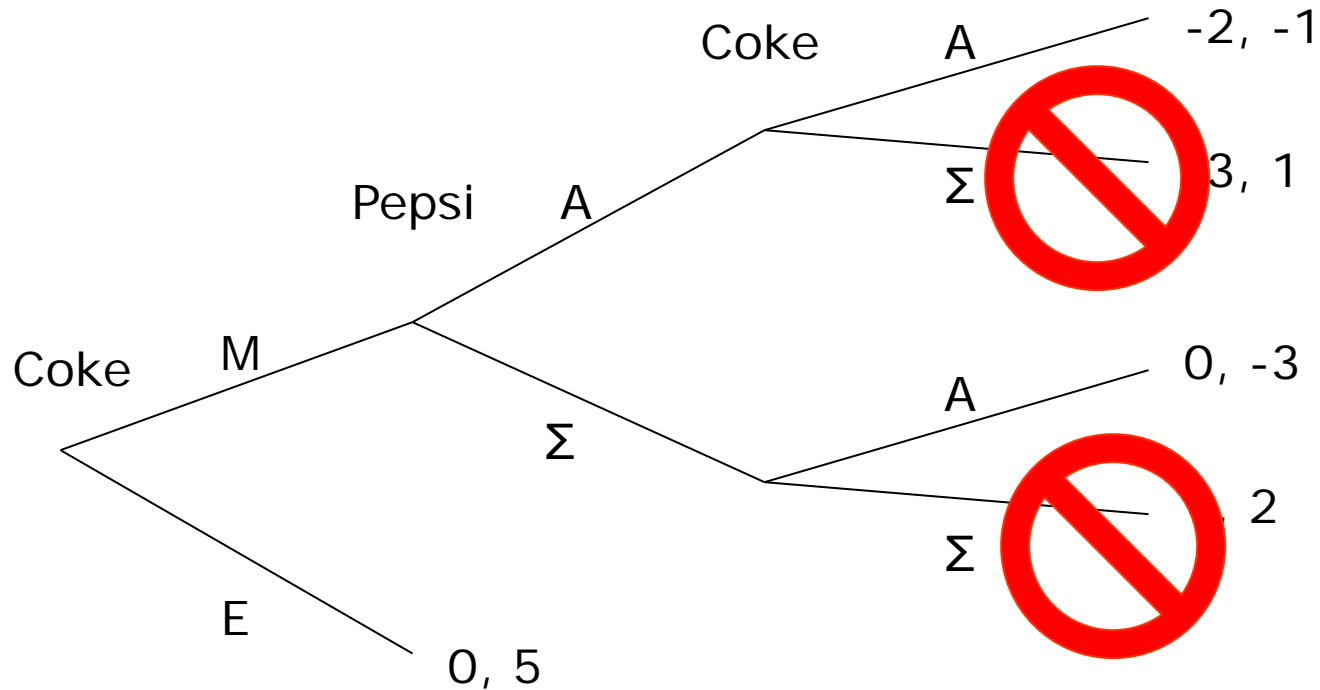
- Ας θεωρήσουμε ότι η Pepsi έχει μόνο μια επιλογή, να αντιδράσει εφόσον η Coke αποφασίσει να εισέλθει στην αγορά.



- Γνωρίζοντάς το αυτό η Coke αποφασίζει να μην εισέλθει στην αγορά, με αποτέλεσμα το τελικό όφελος να είναι (0,5), δηλαδή πολύ καλύτερο για την Pepsi!

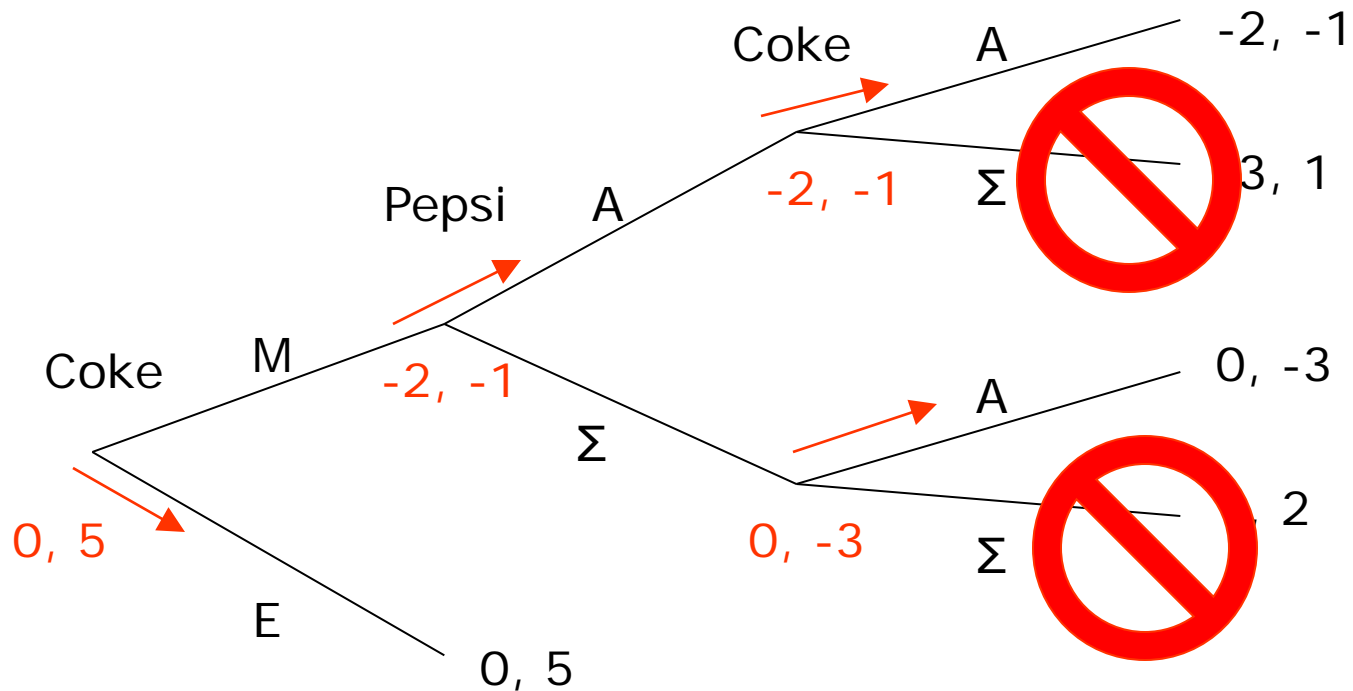
Ο ρόλος της δέσμευσης (3/4)

- Παρόμοια, έστω το παιχνίδι τριών επιπέδων, όπου το τελικό αποτέλεσμα ήταν (1,2).
- Έστω τώρα ότι η Coke έχει μόνο μια επιλογή στο τελευταίο επίπεδο, να αντιδράσει:



Ο ρόλος της δέσμευσης (4/4)

- Τελικά, όπως φαίνεται στο σχήμα, η Coke αποφασίζει να μην εισέλθει στην αγορά, και το τελικό όφελος διαμορφώνεται σε $(0,5)$, ωφελώντας την Pepsi.



Παρατηρήσεις

- **Θεώρημα του Kuhn** (και του Zermelo): Κάθε παιχνίδι πλήρους πληροφόρησης με πεπερασμένο αριθμό κόμβων απόφασης έχει μία λύση με τη μέθοδο της προς τα πίσω επαγωγής. Η λύση αυτή είναι μοναδική αν για κάθε παίκτη δεν υπάρχουν φύλλα με το ίδιο όφελος.
- Η μέθοδος της προς τα πίσω επαγωγής στα παιχνίδια σε εκτατική μορφή είναι το αντίστοιχο της επαναλαμβανόμενης απαλοιφής κυριαρχούμενων στρατηγικών (IEDS) στα παιχνίδια στην στρατηγική μορφή.

Research & Development
(*R&D*)

Μελέτη περίπτωσης: έρευνα και ανάπτυξη

Γενικά

- Η οικονομική ανάπτυξη τα τελευταία 250 χρόνια βασίζεται κατά κύριο λόγο στην επιστημονική έρευνα και ανάπτυξη νέων προϊόντων.
 - Πληροφορική
 - Τηλεπικοινωνίες
 - Φαρμακευτική
 - Βιοτεχνολογία
- Η έρευνα κατά κύριο λόγο χρηματοδοτείται από μεγάλες πολυεθνικές εταιρείες.
- Στην ιδανική περίπτωση τα αποτελέσματα των ερευνών θα έπρεπε να ήταν κοινό αγαθό (public good).
- Η έρευνα κοστίζει.

Πατέντες

- Οι πατέντες (patents) κατοχυρώνουν δικαιώματα εκμετάλλευσης για τις εταιρείες που αναπτύσσουν νέα προϊόντα.
- Ο πρώτος που θα αναπτύξει/κατοχυρώσει ένα προϊόν παίρνει τα πάντα!
- Είναι στρατηγικής σημασίας για κάθε εταιρεία να αποφασίσει:
 - Πού θα κατευθύνει τους πόρους της για έρευνα
 - Με τι ρυθμό θα χρηματοδοτήσει την έρευνα
 - Πότε πρέπει να αποχωρήσει από την ανάπτυξη ενός νέου προϊόντος.

Μοντέλο

- Έστω 2 εταιρείες, A και B, που διαγωνίζονται για την ανάπτυξη μιας πατέντας για κάποια υπηρεσία (π.χ. τηλεόραση υψηλής ευκρίνειας).
- Κάνουμε τις εξής παραδοχές:
 - Η απόσταση από τον επιθυμητό στόχο είναι μετρήσιμη. Ορίζουμε αυθαίρετη μονάδα μέτρησης τα βήματα (steps).
 - Κάθε εταιρεία μπορεί να προχωρήσει 1, 2 ή 3 βήματα σε μια χρονική περίοδο με αντίστοιχο κόστος 2, 7 και 15 μονάδες.
 - Η εμπειρία δείχνει ότι διπλάσια επένδυση σε έρευνα δεν αποφέρει διπλάσια αποτελέσματα...
 - Η εταιρεία που θα φθάσει πρώτη στον στόχο κερδίζει την πατέντα, η αξία της οποίας είναι 20 μονάδες.
 - Η δεύτερη εταιρεία δεν κερδίζει τίποτα.
- Θεωρούμε ότι οι δύο εταιρείες λαμβάνουν αποφάσεις εναλλάξ, γνωρίζοντας πάντα τις προηγούμενες αποφάσεις του αντιπάλου τους (παιχνίδι πλήρους πληροφόρησης).

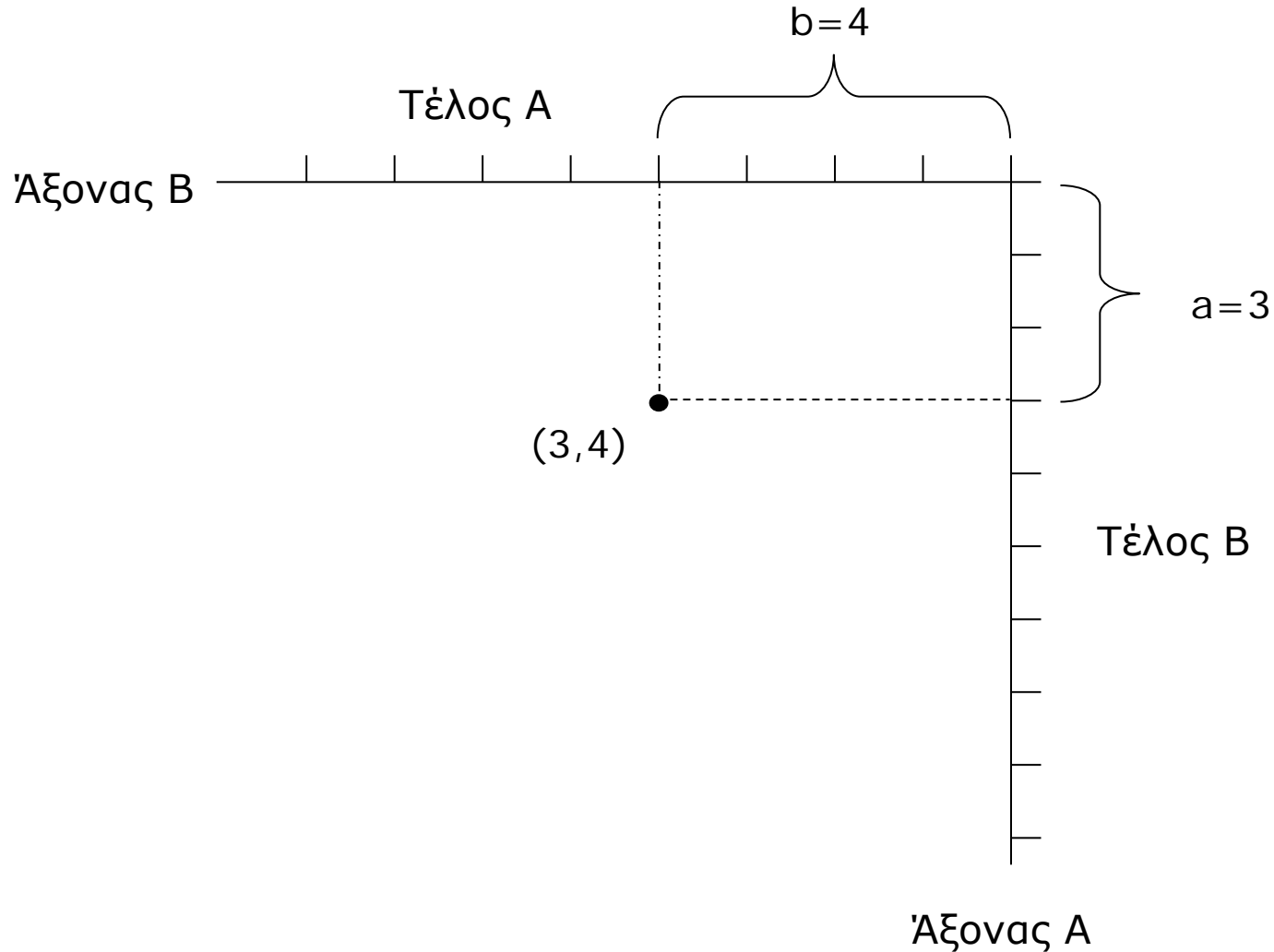
Λειτουργία καρτέλ

- Τι θα συνέβαινε αν οι δύο εταιρείες αποφάσιζαν να συνεννοηθούν:
 - Η έρευνα θα διεξαγόταν από μια μόνο εταιρεία.
 - Η έρευνα θα διεξαγόταν με τον πλέον αργό ρυθμό, δηλαδή ένα βήμα ανά χρονική περίοδο.
 - Η έρευνα θα διεξαγόταν από την εταιρεία που είναι πιο κοντά στον στόχο.
- Γενικά, η λειτουργία καρτέλ μειώνει τις επενδύσεις σε έρευνα και ανάπτυξη, σε αντίθεση με τον ανταγωνισμό που τις αυξάνει κατακόρυφα.

Ανάλυση (1/13)

- Θα αναλύσουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας την προς τα πίσω επαγωγή.
- Για την ανάλυση θα χρησιμοποιήσουμε έναν διδιάστατο χώρο καταστάσεων, του οποίου οι συντεταγμένες αντιστοιχούν στην απόσταση (σε βήματα) κάθε εταιρείας από την ολοκλήρωση της έρευνας/ανάπτυξης:
 - Η οριζόντια γραμμή είναι η γραμμή τερματισμού της εταιρείας A.
 - Η κατακόρυφη γραμμή είναι η γραμμή τερματισμού της εταιρείας B.
 - Θα χρησιμοποιούμε τα γράμματα a και b για να δηλώσουμε την απόσταση της εταιρείας A και της εταιρείας B αντίστοιχα από τις σχετικές γραμμές τερματισμού.

Ανάλυση (2/13)



Ανάλυση (3/13)

- Ας υποθέσουμε ότι το παιχνίδι είναι στην κατάσταση $(1,b)$ και είναι σειρά του παίκτη A να παίξει.
 - Προφανώς ο παίκτης A τελειώνει το παιχνίδι με μία κίνηση.
 - Ο παίκτης κερδίζει την πατέντα αξίας 20, ενώ χάνει 2 μονάδες λόγω της κίνησης, άρα το κέρδος του είναι 18.
- Παρόμοια, εάν το παιχνίδι είναι στην κατάσταση $(a,1)$ και είναι σειρά της εταιρείας B να παίξει, αυτή τερματίζει το παιχνίδι και κερδίζει την πατέντα.
- ΠΡΟΣΟΧΗ: Στο σημείο αυτό δεν μας ενδιαφέρει πόσα έχει ξοδέψει στο παρελθόν κάθε εταιρεία. Η απόφαση που λαμβάνεται αφορά το μέλλον, σαν να ξεκινούσε τώρα το παιχνίδι.

Ανάλυση (4/13)

- Ας υποθέσουμε ότι βρισκόμαστε στην κατάσταση $(2,1)$ ή $(3,1)$ και είναι σειρά της εταιρείας A να παίξει.
 - Η εταιρεία A ολοκληρώνει το παιχνίδι σε μία κίνηση, κερδίζοντας αντίστοιχα $20-7=13$ ή $20-15=5$.
 - Αν δεν το κάνει, στο επόμενο βήμα η εταιρεία B θα τελειώσει το παιχνίδι, οπότε το κέρδος για την A θα είναι μηδέν.
- Φυσικά το ίδιο ισχύει για την εταιρεία B, εάν το παιχνίδι είναι σε μια από τις καταστάσεις $(1,2)$ ή $(1,3)$ και είναι σειρά της B να παίξει.

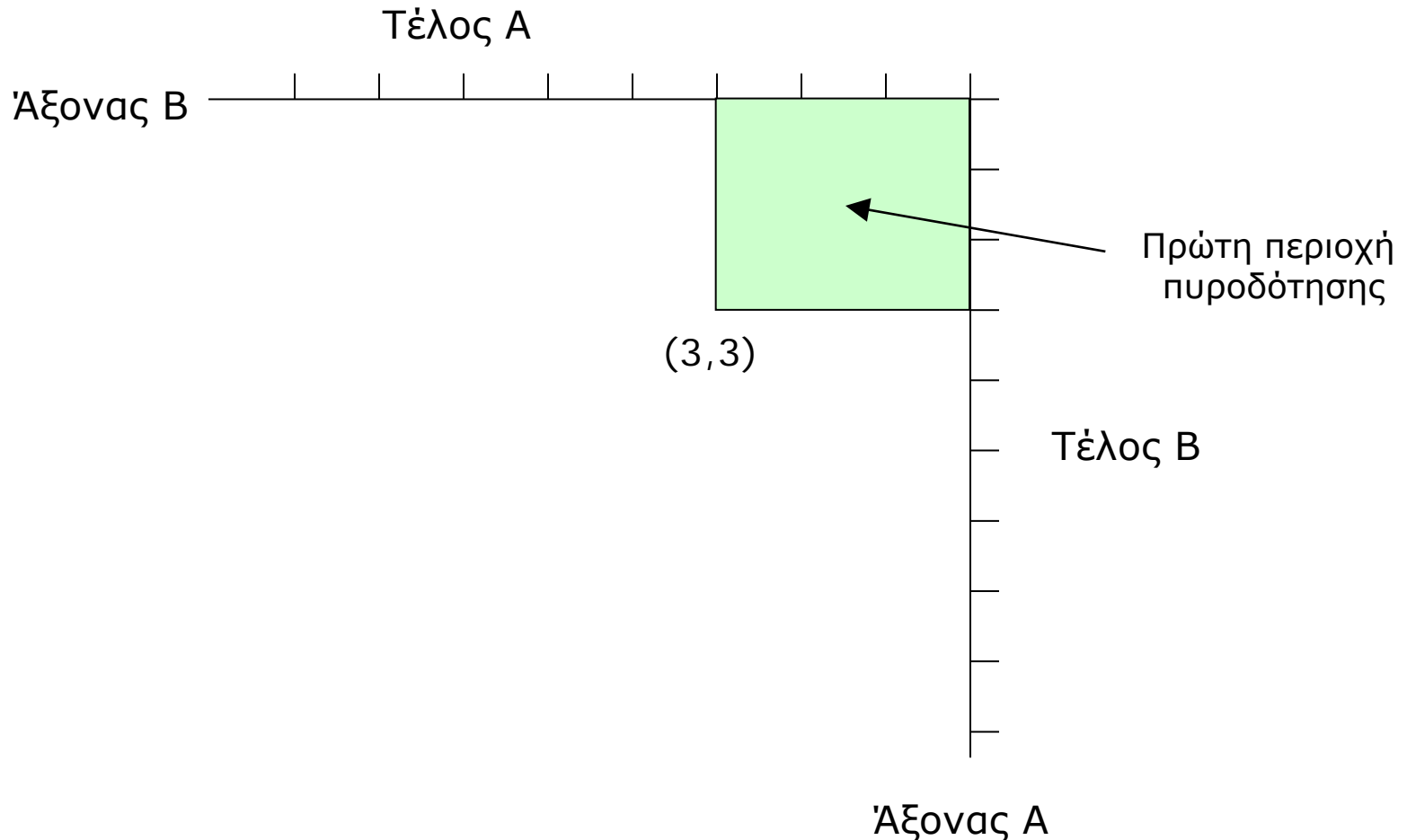
Ανάλυση (5/13)

- Με παρόμοιο τρόπο, εάν η τρέχουσα κατάσταση είναι η $(2,2)$, οποιαδήποτε εταιρεία είναι σειρά της να κινηθεί θα επιλέξει να τερματίσει το παιχνίδι άμεσα, κερδίζοντας $20-7=13$.
 - Πράγματι, αν π.χ. είναι σειρά της A και αυτή επιλέξει να κινηθεί ένα βήμα προς την κατάσταση $(1,2)$ με κόστος για την A 2 μονάδες, τότε η B θα τερματίσει το παιχνίδι κερδίζοντας 13 μονάδες, όπως είδαμε!
- Με παρόμοιο τρόπο βρίσκεται ότι εάν η τρέχουσα κατάσταση είναι η $(3,2)$ και είναι σειρά της A να κινηθεί, θα τερματίσει το παιχνίδι.
 - Παρόμοια εάν η τρέχουσα κατάσταση είναι η $(2,3)$ και είναι η σειρά της B.
- Τέλος, εάν η τρέχουσα κατάσταση είναι η $(3,3)$, όποια εταιρεία κινείται πρώτη θα τερματίσει το παιχνίδι!

Ανάλυση (6/13)

- Από τα παραπάνω προκύπτει ότι εάν το παιχνίδι βρίσκεται στην περιοχή $a \leq 3$ και $b \leq 3$, οποιαδήποτε εταιρεία έχει την πρώτη κίνηση θα τερματίσει το παιχνίδι.
 - Η περιοχή αυτή ονομάζεται *πρώτη ζώνη πυροδότησης* (trigger zone I).
- Θα χρησιμοποιήσουμε τα συμπεράσματα που βγάλαμε για την πρώτη περιοχή πυροδότησης για να δούμε τι γίνεται στις άμεσα γειτονικές περιοχές.
- Η προσέγγισή μας στο πρόγραμμα είναι ουσιαστικά η προς τα πίσω επαγωγή.

Ανάλυση (7/13)



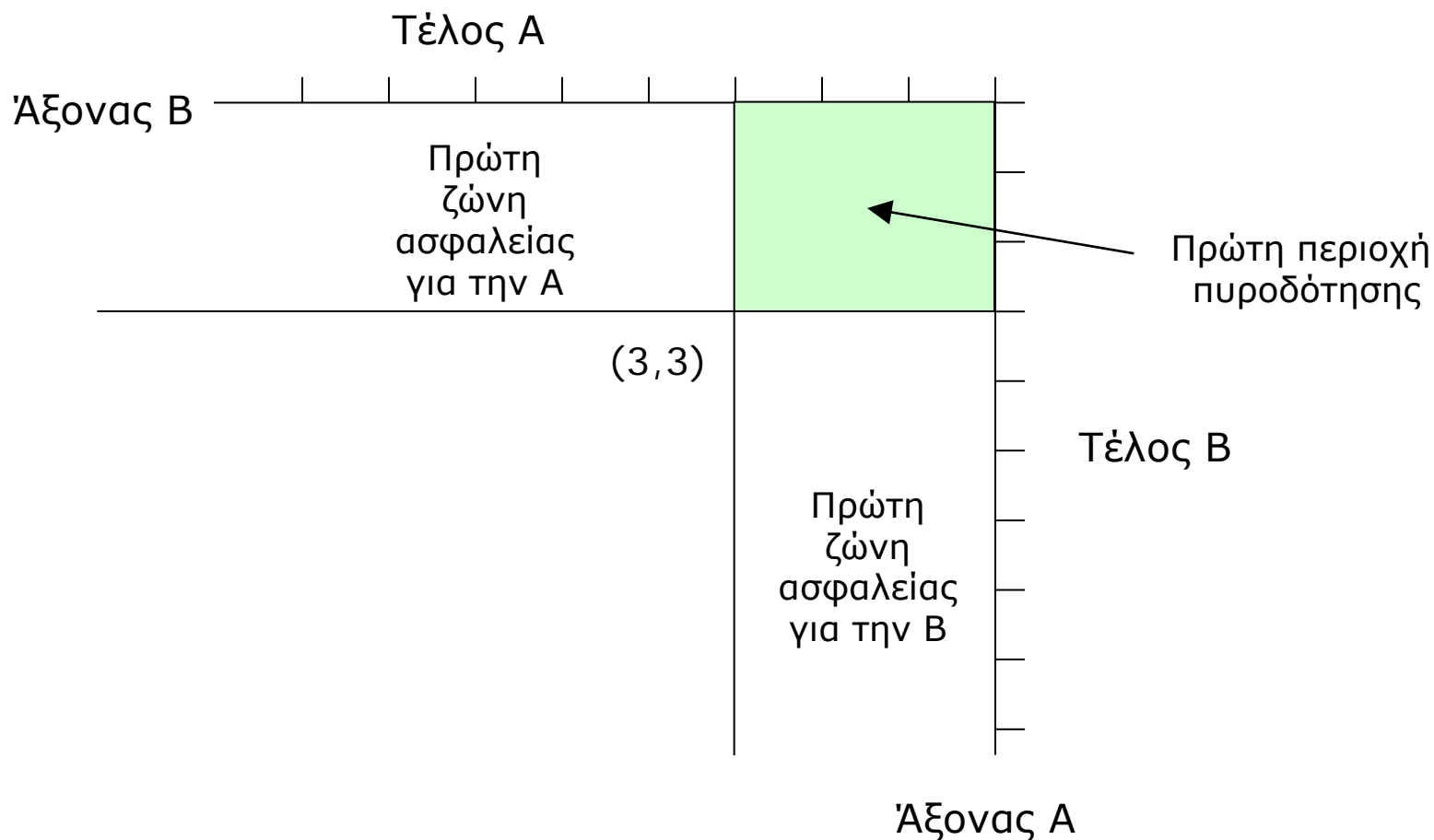
Ανάλυση (8/13)

- Τι γίνεται εάν βρισκόμαστε στην κατάσταση $(4,3)$ και είναι σειρά της εταιρείας A να κινηθεί;
 - Η εταιρεία A μπορεί να κινηθεί 1, 2 ή 3 βήματα, με κόστος 2, 7 και 15 αντίστοιχα.
 - Ωστόσο, σε κάθε περίπτωση η εταιρεία B θα κερδίσει την πατέντα.
 - Άρα είναι καλύτερα για την εταιρεία A να μην κινηθεί καθόλου, δηλαδή να εγκαταλείψει!
- Το ίδιο συμπέρασμα προκύπτει εάν το παιχνίδι βρίσκεται στις καταστάσεις $(4,2)$, $(4,1)$, $(5,3)$, $(5,2)$ και $(5,1)$.
- Εάν η εταιρεία A εγκαταλείψει, τότε η εταιρεία B θα προχωρήσει με μικρά βήματα μέχρι τη γραμμή τερματισμού της.

Ανάλυση (9/13)

- Γενικά, εάν είναι $a > 3$ και $b \leq 3$ και είναι σειρά της A , τότε πρέπει να εγκαταλείψει.
- Το σύνολο των θέσεων $b \leq 3$ ονομάζεται *Πρώτη ζώνη ασφαλείας για την B* (Safety Zone I for B).
- Προφανώς, μιας και το παιχνίδι είναι συμμετρικό, υπάρχει η αντίστοιχη πρώτη ζώνη ασφαλείας για την A , η οποία ορίζεται για $a \leq 3$ και $b > 3$.

Ανάλυση (10/13)



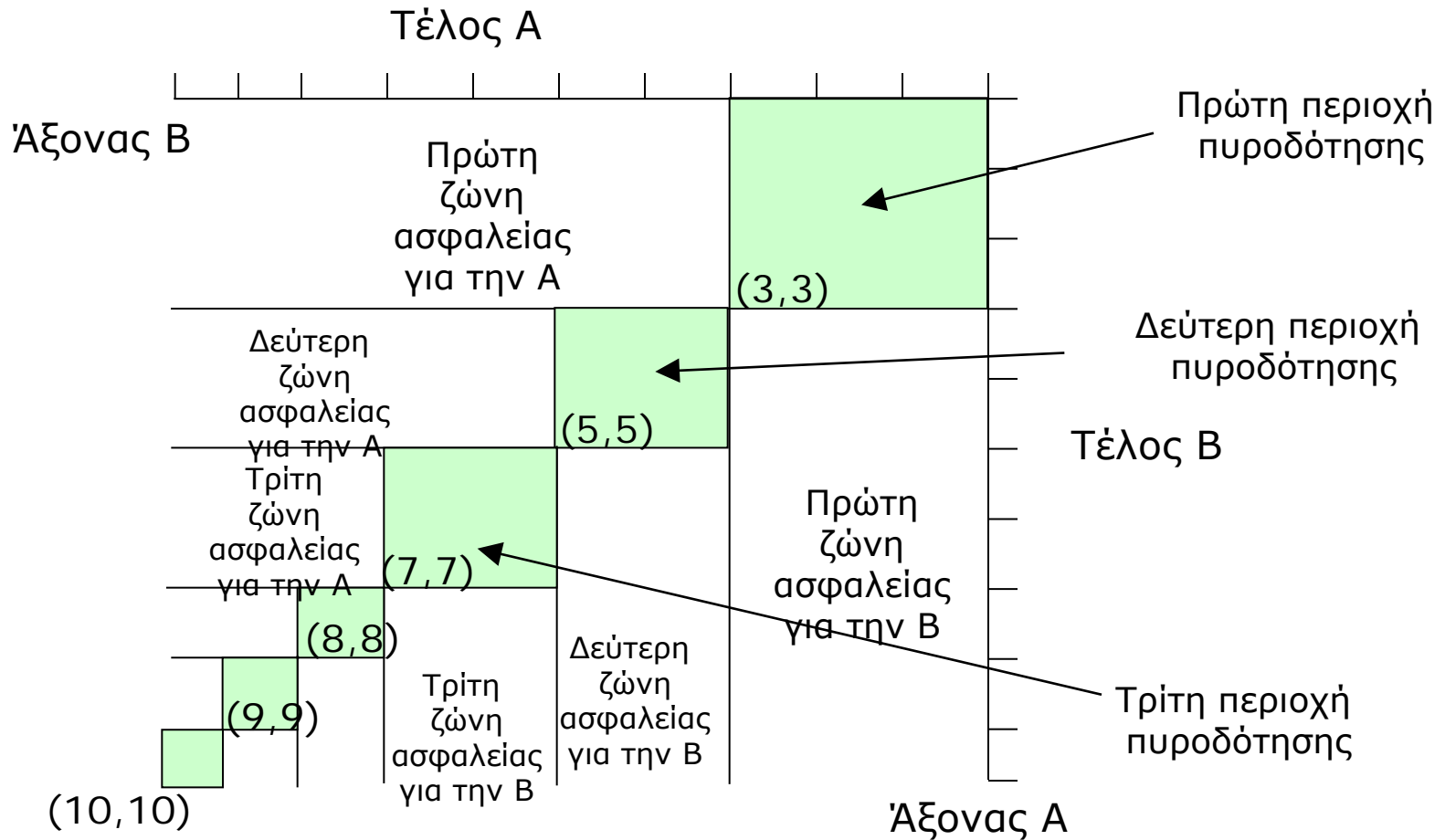
Ανάλυση (11/13)

- Ας υποθέσουμε ότι είμαστε στην κατάσταση (4,4) και είναι σειρά της A.
 - Η A μπορεί με ένα βήμα (κόστους 2) να μπει στην πρώτη ζώνη ασφαλείας της.
 - Στη συνέχεια η B εγκαταλείπει.
 - Τέλος η A, με τρία ακόμη απλά βήματα τερματίζει.
 - Το όφελος της A είναι $20 - 4 \times 2 = 12$
- Εάν η A δεν μπει στη ζώνη ασφαλείας της, τότε θα μπει η B και θα πρέπει η A να εγκαταλείψει.
- Παρόμοια, η A θα επιχειρήσει να μπει στην πρώτη ζώνη ασφαλείας της από την (5,4), με αναμενόμενο κέρδος 7.
- Η A δεν θα επιχειρήσει να μπει στη ζώνη ασφαλείας της από τη θέση (6,4), μιας και τότε το αναμενόμενο κέρδος της θα ήταν -1.

Ανάλυση (12/13)

- Άρα, υπάρχει μια *δεύτερη ζώνη πυροδότησης* (Trigger Zone II), για $3 < a \leq 5$ και $3 < b \leq 5$, από την οποία κάθε εταιρεία έχει δυνατότητα να κερδίσει.
- Παρόμοια, υπάρχουν δεύτερες ζώνες ασφαλείας:
 - Για την A, για $3 < a \leq 5$ και $b > 5$.
 - Για την B, για $3 < b \leq 5$ και $a > 5$.
- Αν συνεχίσουμε με τον ίδιο τρόπο, καταλήγουμε στο σχήμα που φαίνεται στο επόμενο διάγραμμα.

Ανάλυση (13/13)



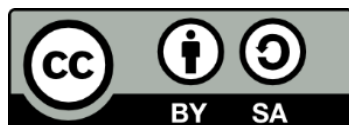
Παρατηρήσεις (1/2)

- Στην ανάλυση που προηγήθηκε, κάθε εταιρεία σε κάθε βήμα δεν λαμβάνει υπόψη τα έξοδα που έχει κάνει μέχρι εκείνη τη στιγμή, παρά μόνο τα αναμενόμενα έσοδα/έξοδα από εκεί και πέρα.
- Η ίδια ανάλυση μπορεί να γίνει και για μη-συμμετρικές εταιρείες.
 - Εάν μια εταιρεία έχει μικρότερα κόστη έρευνας και ανάπτυξης, οι ζώνες της είναι πλατύτερες.
 - Και πάλι θα δούμε ότι όσο απομακρυνόμαστε από την αρχή των αξόνων, τα πλάτη των ζωνών μικραίνουν.
- Όσο μεγαλύτερη είναι η αξία της πατέντας, τόσο μεγαλύτερα είναι τα πλάτη των ζωνών.

Παρατηρήσεις (2/2)

- Εάν υπάρχει αβεβαιότητα για το αποτέλεσμα της έρευνας και ανάπτυξης, τότε οι εταιρείες παραμένουν στον ανταγωνισμό περισσότερο.
- Εάν μια εταιρεία έχει προτίμηση για γρήγορο κέρδος, μπορεί να αποφασίσει να προχωρήσει γρηγορότερα, ακόμη και αν δεν υπάρχει ανταγωνισμός.
- Η εθνική πολιτική σε θέματα επιδότησης της έρευνας παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, ιδιαίτερα στον ανταγωνισμό μεταξύ επιχειρήσεων από διαφορετικά κράτη / ομάδες κρατών.
 - Π.χ. Ευρωπαϊκά και εθνικά προγράμματα.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

