ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

# ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΩΝ

## Ενότητα 7: Αυτόματα στοίβας

Ρεφανίδης Ιωάννης
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.

# Χρηματοδότηση


- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

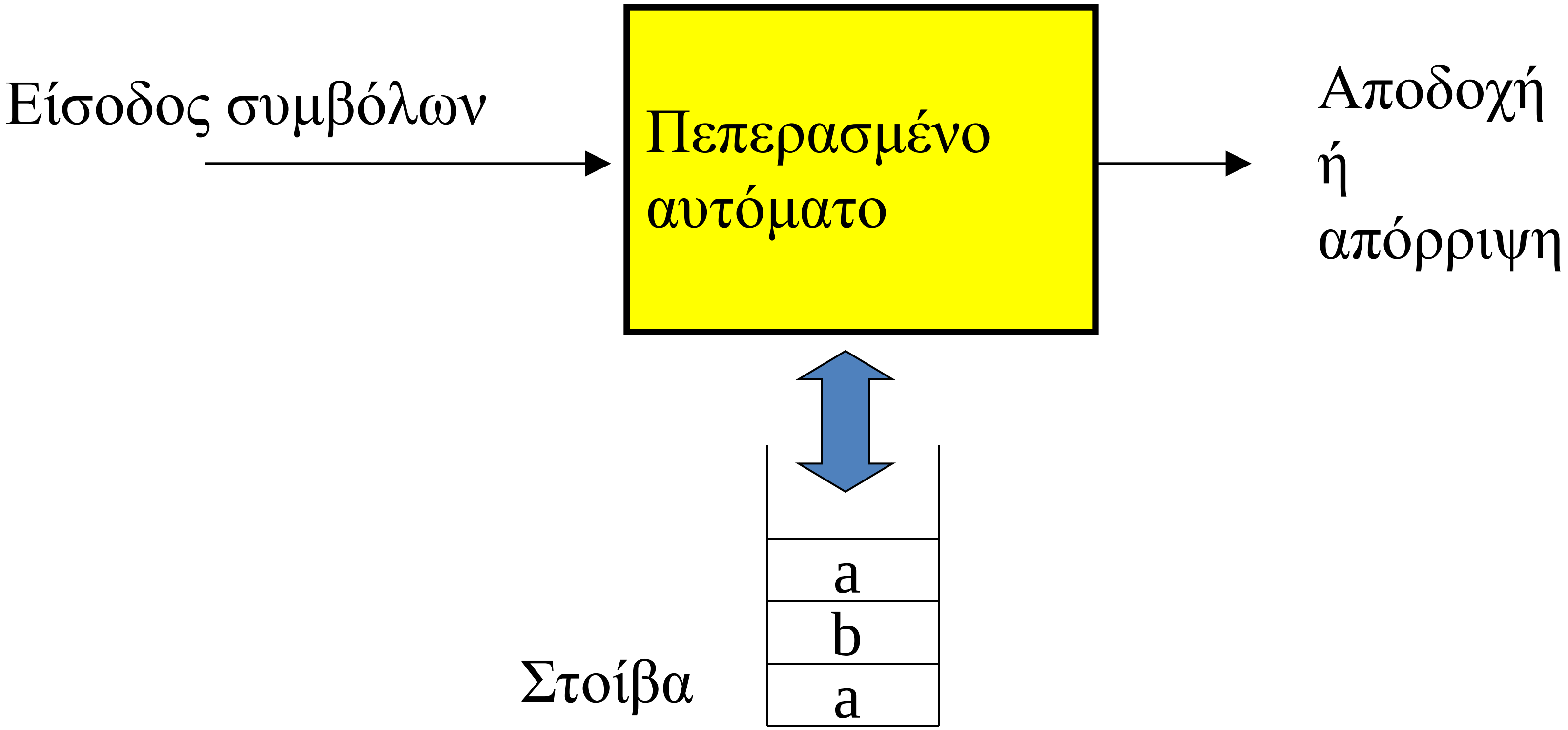
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

# Αυτόματα Στοίβας
# (Pushdown Automata)

# Η στοίβα (Stack)

- Η στοίβα είναι μια δομή δεδομένων, όπου μπορεί το αυτόματο να αποθηκεύει προσωρινά σύμβολα.
- Έχει άπειρη χωρητικότητα.
- Η λογική λειτουργίας της στοίβας είναι η εξής: Τα σύμβολα αποθηκεύονται σε μια σειρά, με τρόπο τέτοιο ώστε το τελευταίο σύμβολο που αποθηκεύτηκε να είναι το πρώτο που θα εξαχθεί.

# Σχηματική αναπαράσταση αυτομάτου στοίβας



# Λογική λειτουργίας (1/2)

- Σε κάθε βήμα το αυτόματο μπορεί:
  - να εισάγει ένα σύμβολο στην κορυφή της στοίβας (push),
  - να εξάγει το σύμβολο από την κορυφή της στοίβας (pop), ή τέλος
  - να αντικαταστήσει το σύμβολο στην κορυφή της στοίβας με ένα άλλο.

# Λογική λειτουργίας (2/2)

- Η επόμενη κατάσταση του αυτομάτου καθορίζεται από:
  - την τρέχουσα κατάστασή του,
  - το σύμβολο που διαβάζει από την είσοδό του, και τέλος
  - το σύμβολο στην κορυφή της στοίβας.
- Το αυτόματο τερματίζει επιτυχώς και αποδέχεται τη λέξη που διάβασε στην είσοδό του αν στο τέλος βρεθεί σε τελική κατάσταση και η στοίβα είναι άδεια.

# Τυπικός ορισμός αυτομάτου στοίβας

- Ένα αυτόματο στοίβας $M$ ορίζεται ως μια εξάδα $M=(K,\Sigma,\Gamma,\Delta,s,F)$ όπου:
  - $K$ είναι ένα πεπερασμένο σύνολο καταστάσεων.
  - $\Sigma$ είναι το αλφάβητο εισόδου.
  - $\Gamma$ είναι το αλφάβητο της στοίβας.
  - $s \in K$ είναι η αρχική κατάσταση.
  - $F \subseteq K$ είναι το σύνολο των τελικών καταστάσεων.
  - $\Delta$ είναι η **σχέση** μετάβασης από το $K \times \Sigma \times \Gamma$ στο $K \times \Gamma$.

# Παρατηρήσεις

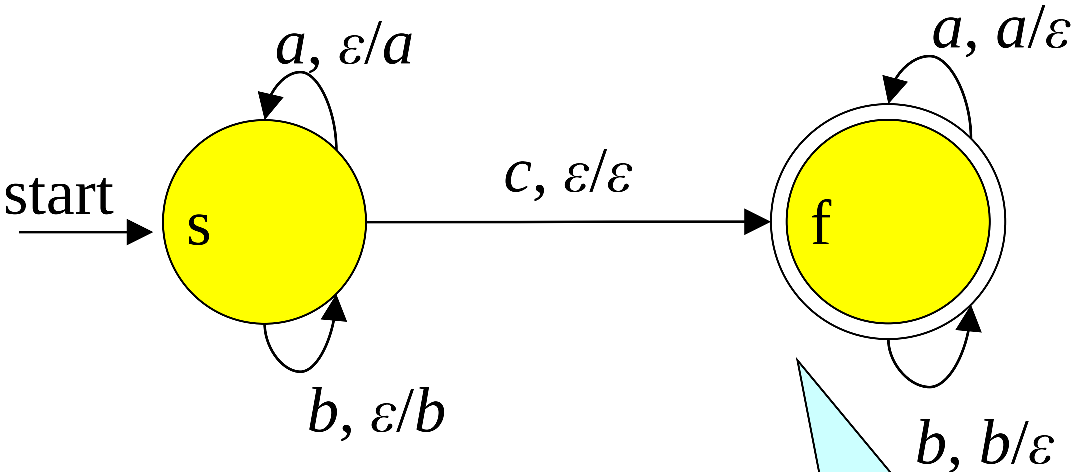
- Ο ορισμός που δόθηκε στην προηγούμενη διαφάνεια είναι γενικός και άρα περιλαμβάνει και τα μη-ντετερμινιστικά αυτόματα στοίβας.
- Θα δούμε παρακάτω ότι **δεν** υπάρχει ισοδυναμία ντετερμινιστικών και μη-ντετερμινιστικών αυτομάτων στοίβας.

# Παράδειγμα 1 (1/2)

- Να σχεδιαστεί ένα αυτόματο στοίβας που να δέχεται τη γλώσσα $L=\{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$
- Έχουμε M=($K,\Sigma,\Gamma,\Delta,s,F$) όπου:
  - $K=\{s,f\}$
  - $\Sigma=\{a,b,c\}$
  - $\Gamma=\{a,b\}$
  - $F=\{f\}$

# Παράδειγμα 1 (2/2)

- Η σχέση *Δ* ορίζεται ως εξής:
  - $\Delta(s,a,\varepsilon) = (s,a)$
  - $\Delta(s,b,\varepsilon) = (s,b)$
  - $\Delta(s,c,\varepsilon) = (f,\varepsilon)$
  - $\Delta(f,a,a)=(f,\varepsilon)$
  - $\Delta(f,b,b)=(f,\varepsilon)$




- Το αυτόματο είναι ντετερμινιστικό.

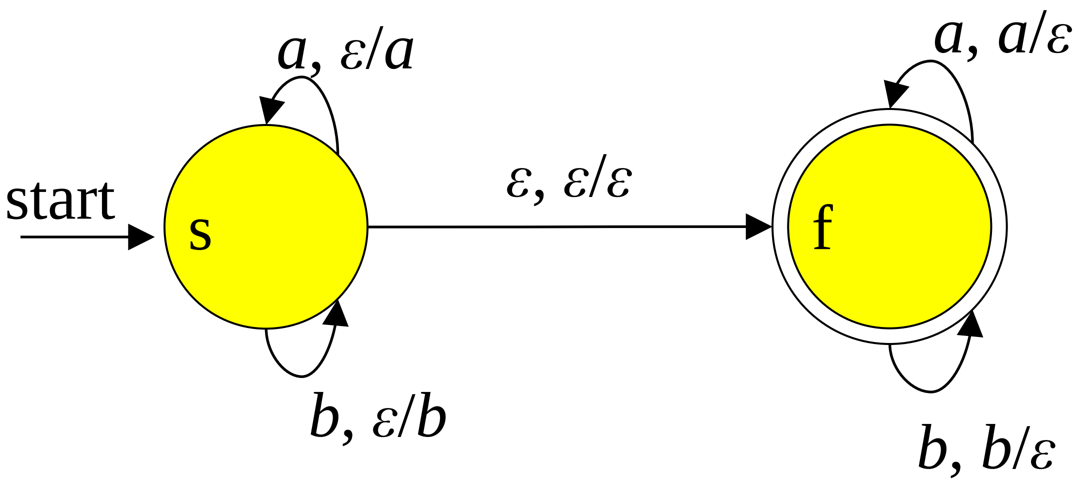
Οι επιγραφές πάνω στα βέλη δηλώνουν κατά σειρά το σύμβολο εισόδου, το σύμβολο που εξέρχεται από τη στοίβα και το σύμβολο που εισέρχεται στη στοίβα.

# Παράδειγμα 2 (1/2)

- Να σχεδιαστεί ένα αυτόματο στοίβας που να δέχεται τη γλώσσα $L=\{ww^R \mid w\in\{a,b\}^*\}$
- Έχουμε M=($K,\Sigma,\Gamma,\Delta,s,F$) όπου:
  - $K=\{s,f\}$
  - $\Sigma=\{a,b,c\}$
  - $\Gamma=\{a,b\}$
  - $F=\{f\}$

# Παράδειγμα 2 (2/2)

- Η σχέση *Δ* ορίζεται ως εξής:
  - $\Delta(s,a,\varepsilon) = (s,a)$
  - $\Delta(s,b,\varepsilon) = (s,b)$
  - $\Delta(s,\varepsilon,\varepsilon) = (f,\varepsilon)$
  - $\Delta(f,a,a)=(f,\varepsilon)$
  - $\Delta(f,b,b)=(f,\varepsilon)$




- Το αυτόματο είναι μη-ντετερμινιστικό.

# Παρατήρηση

- Για να είναι ένα αυτόματο στοίβας ντετερμινιστικό θα πρέπει:
  – Να μην υπάρχουν διαφορετικές μεταβάσεις για το ίδιο σύμβολο εισόδου (συμπεριλαμβανομένου του $\varepsilon$) και την ίδια κατάστασης της στοίβας.

# Αυτόματα Στοίβας και Γραμματικές χωρίς Συμφραζόμενα

# Ισοδυναμία

- Η κλάση των γλωσσών που είναι δεκτές από αυτόματα στοίβας είναι ακριβώς η κλάση των γλωσσών χωρίς συμφραζόμενα.
  - γραμματικής $\Rightarrow$ αυτόματο στοίβας
  - αυτόματο στοίβας $\Rightarrow$ γραμματική

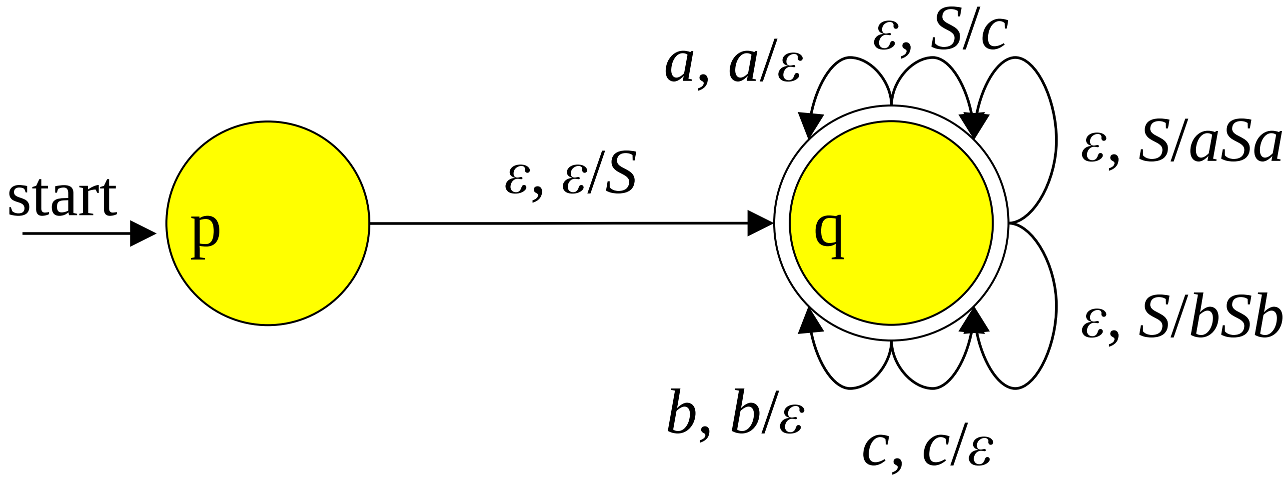
# Γραμματική ⇒ Αυτόματο Στοίβας

- Έστω η γραμματική $G=(V,\Sigma,R,S)$.
- Κατασκευάζουμε το αυτόματο $M=(\{p,q\},\Sigma,V,\Delta,p,\{q\})$, όπου η $\Delta$ έχει τις εξής μεταβάσεις:
  - $(p,\varepsilon,\varepsilon)\rightarrow(q,S)$
  - $(q,\varepsilon,A)\rightarrow(q,x)$ για κάθε κανόνα $A\rightarrow x$
  - $(q,a,a)\rightarrow(q,\varepsilon)$ για κάθε $a\in\Sigma$.
- Το αυτόματο που προκύπτει μπορεί να είναι μη ντετερμινιστικό (εξαρτάται από τη γραμματική).

# Γραμματική ⇒ Αυτόματο Στοίβας Παράδειγμα (1/2)

- Έστω η γλώσσα $\{wcw^R : w \in \{a,b\}^*\}$ που ορίζεται από τη γραμματική $G=(V,\Sigma,R,S)$ με:
  - $V=\{S,a,b,c\}$
  - $\Sigma=\{a,b,c\}$
  - $R=\{S \rightarrow aSa,\ S \rightarrow bSb,\ S \rightarrow c\}$

# Γραμματική ⇒ Αυτόματο Στοίβας Παράδειγμα (2/2)



# Τέλος Ενότητας

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ