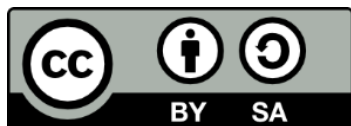


ΘΕΩΡΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΩΝ

Ενότητα 4: Μη-ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα με ε-μεταβάσεις

Ρεφανίδης Ιωάννης
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



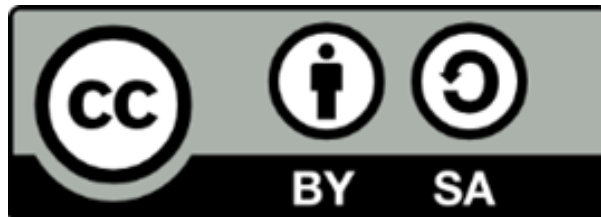
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Πεπερασμένα αυτόματα

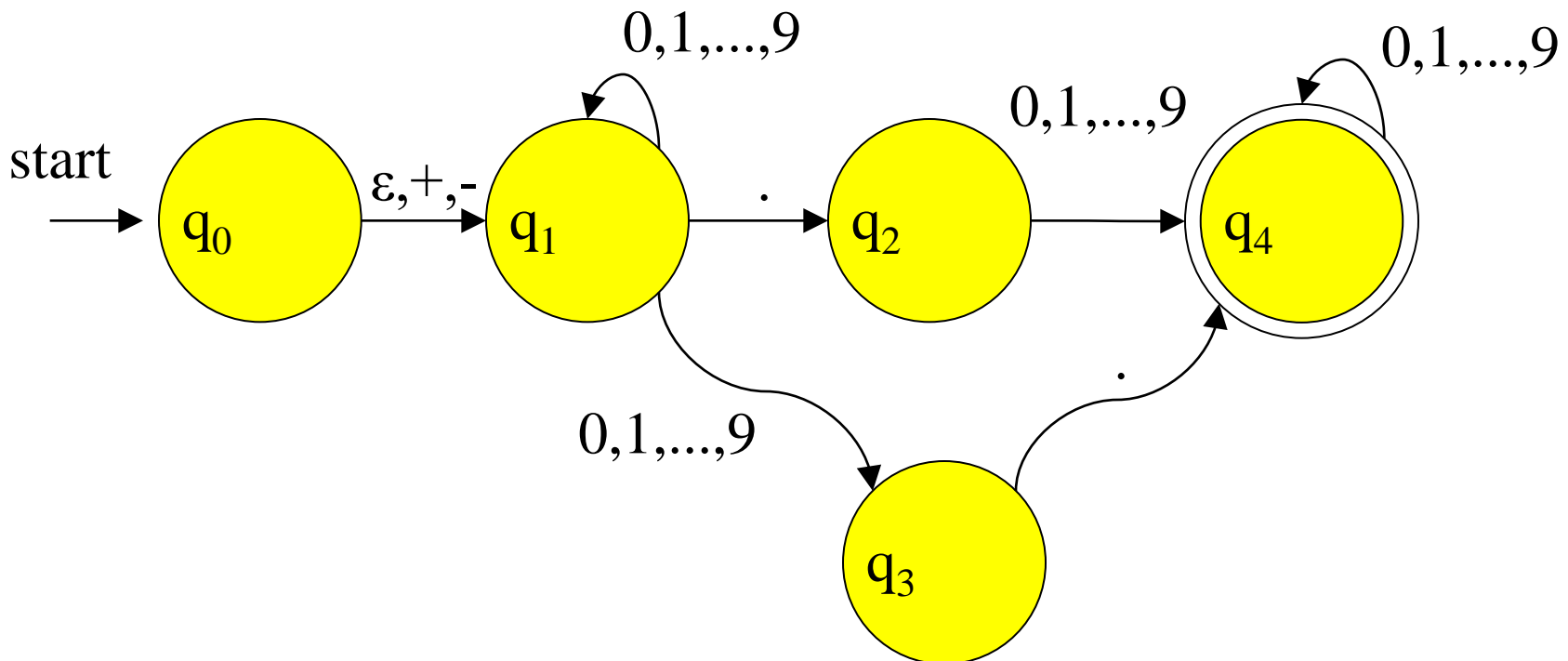
Μη-ντετερμινιστικά
πεπερασμένα αυτόματα
με ε-μεταβάσεις

Μη-ντετερμινιστικά πεπερασμένα αυτόματα με ε-μεταβάσεις

- Υπάρχουν μεταβάσεις που επιγράφονται με την κενή συμβολοσειρά ϵ .
- Όταν ένα ΜΠΑ βρεθεί σε μια κατάσταση από την οποία ξεκινά μία (ή περισσότερες) ϵ -μετάβαση, μπορεί (μη-ντετερμινιστικά πάντα) να την ακολουθήσει.
- Η ύπαρξη των ϵ -μεταβάσεων δεν επεκτείνει τις γλώσσες που αναγνωρίζουν τα πεπερασμένα αυτόματα.
- Οι ϵ -μεταβάσεις μας επιτρέπουν να κατασκευάζουμε πιο ευκολονόητα αυτόματα.

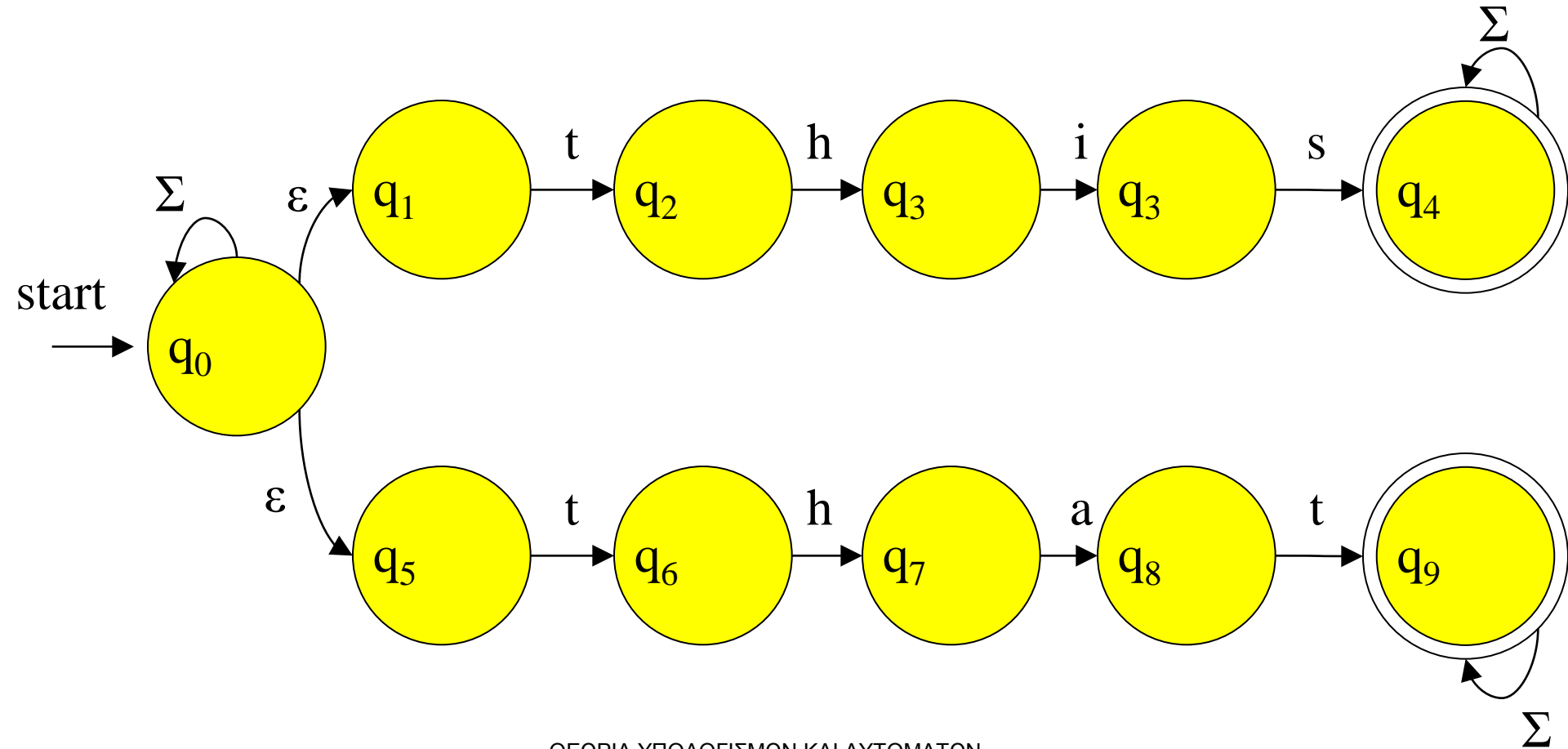
Παράδειγμα 1

- Αυτόματο που δέχεται δεκαδικούς αριθμούς



Παράδειγμα 2

- Αυτόματο που αναγνωρίζει δύο λέξεις



Ορισμός ΜΠΑ με ε-μεταβάσεις

- Ο ορισμός ενός ΜΠΑ με ε-μεταβάσεις είναι ίδιος με αυτόν ενός απλού ΜΠΑ, με μόνη τη διαφορά ότι η σχέση μετάβασης Δ ορίζεται ως εξής:
 - $\Delta: K \times \Sigma \cup \{\varepsilon\} \rightarrow K$
- Δηλαδή η σχέση μετάβασης περιλαμβάνει και μεταβάσεις που γίνονται με την κενή συμβολοσειρά ε .

Ισοδυναμία ΜΠΑ με ε-μεταβάσεις με ΝΠΑ

- Ορίζουμε ως ε-κλείσιμο (ECLOSE) μιας κατάστασης q , $ECLOSE(q)$ το σύνολο όλων των καταστάσεων του αυτομάτου που είναι προσβάσιμες από την q ακολουθώντας μόνο ε-μεταβάσεις.
- Η μετατροπή ΜΠΑ με ε-μεταβάσεις είναι παρόμοια σε ΝΠΑ είναι ίδια με αυτήν που έχουμε δει για τη μετατροπή ΜΠΑ σε ΝΠΑ, αν κατά τη μετατροπή αντικαταστήσουμε κάθε κατάσταση q με την $ECLOSE(q)$.

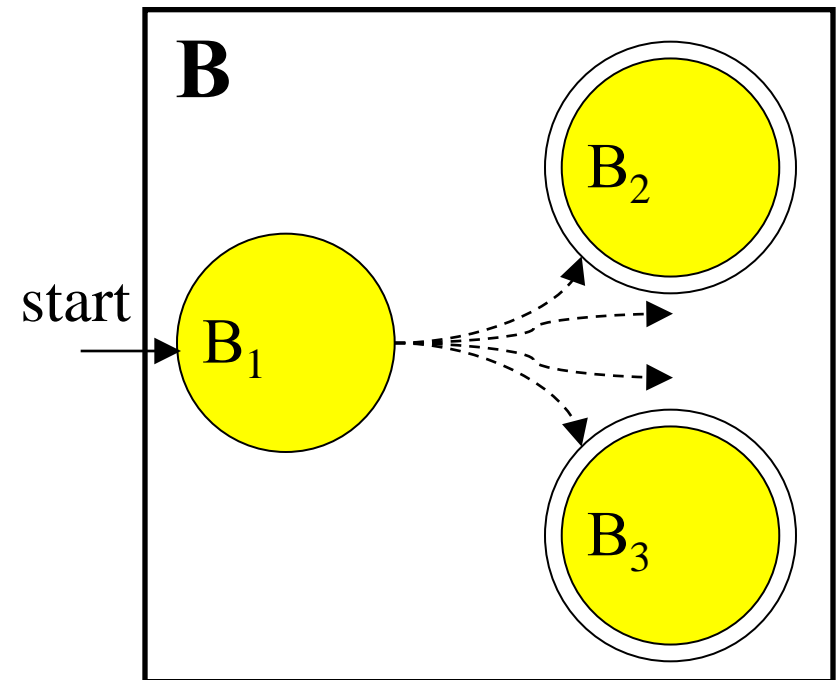
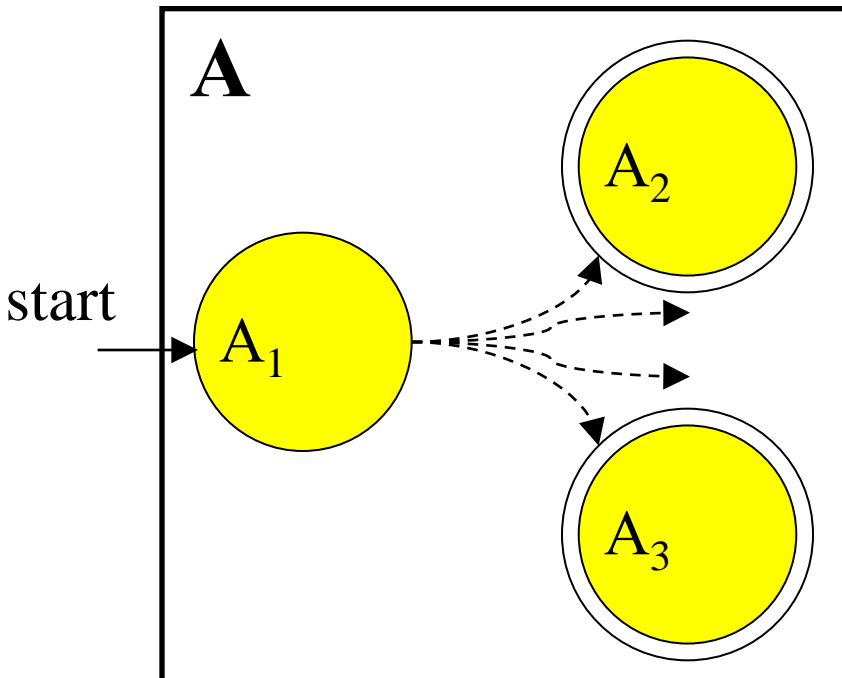
Ιδιότητες των γλωσσών των πεπερασμένων αυτομάτων

Βασικές ιδιότητες γλωσσών πεπερασμένων αυτομάτων

- Η κλάση των γλωσσών που είναι δεκτές από πεπερασμένα αυτόματα είναι κλειστή ως προς:
 - Ένωση
 - Παράθεση
 - Kleene Star
 - Συμπλήρωση
 - Τομή

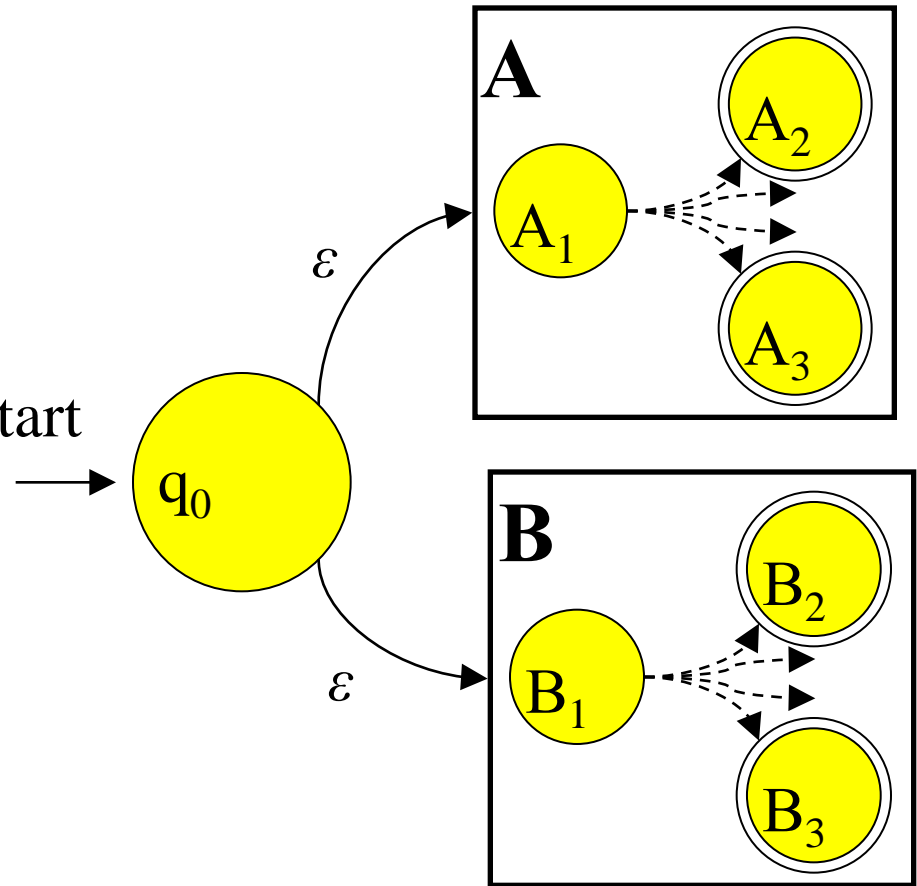
Διαγραμματική απόδειξη

- Έστω δύο ΝΠΑ αυτόματα A και B και $L(A)$ και $L(B)$ οι γλώσσες που γίνονται δεκτές από αυτά.



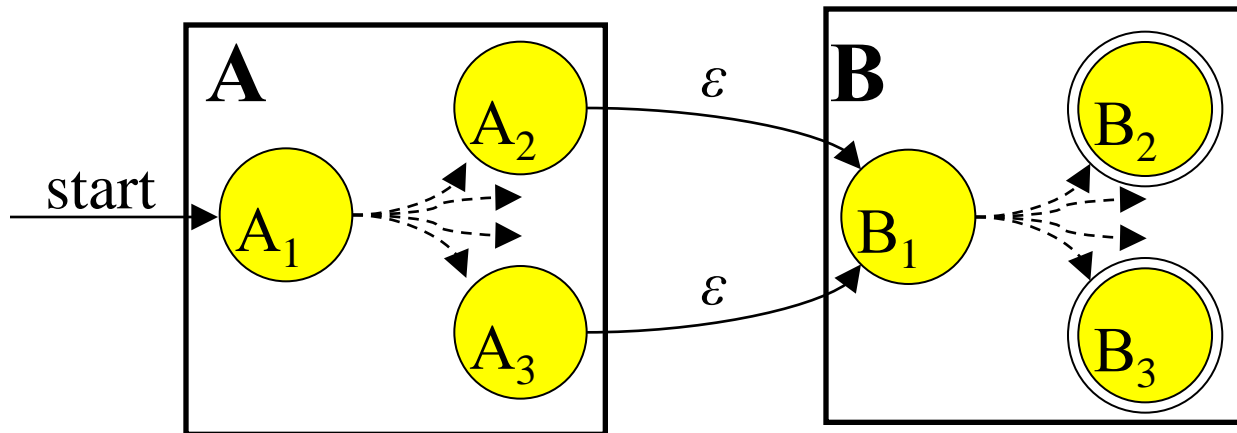
Διαγραμματική απόδειξη Κλειστότητα ως προς την ένωση

- Η γλώσσα $L(A) \cup L(B)$ γίνεται δεκτή από το διπλανό start αυτόματο:



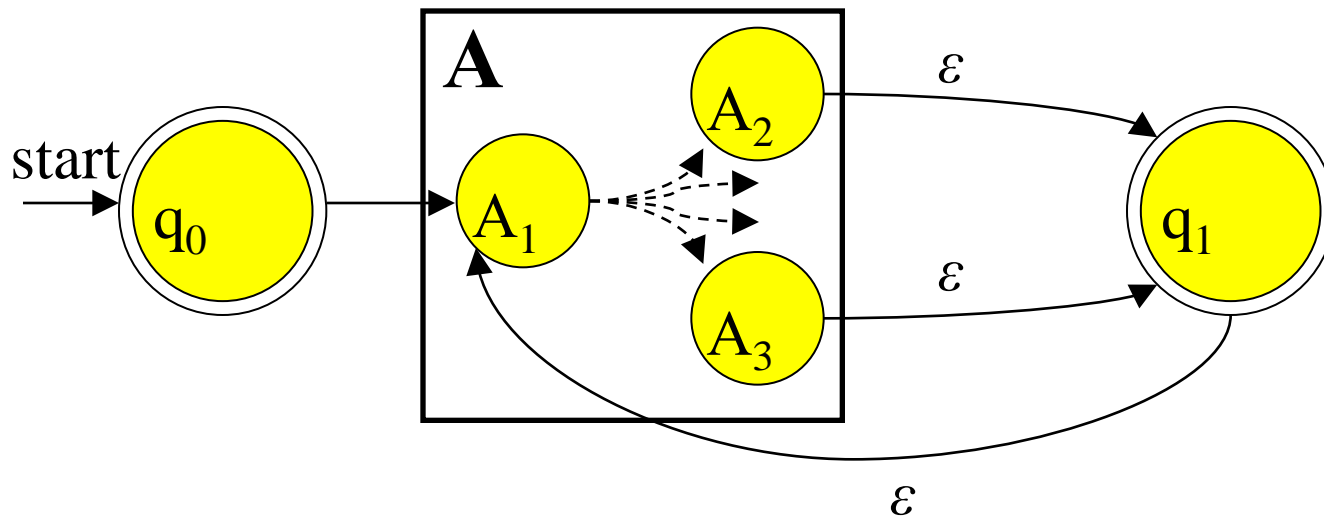
Διαγραμματική απόδειξη Κλειστότητα ως προς την παράθεση

- Η γλώσσα $L(A)L(B)$ γίνεται δεκτή από το παρακάτω αυτόματο:



Διαγραμματική απόδειξη Κλειστότητα ως προς το Kleene Star

- Η γλώσσα $L(A)^*$ γίνεται δεκτή από το παρακάτω αυτόματο:



Κλειστότητα ως προς τη συμπλήρωση

- Η γλώσσα $\Sigma^* - L(A)$ γίνεται δεκτή από το αυτόματο A' το οποίο προκύπτει από το A αν όλες οι τελικές καταστάσεις του A γίνουν μη τελικές και όλες οι μη-τελικές γίνουν τελικές.
 - Προσοχή: Το αυτόματο A θα πρέπει να είναι πλήρες μεταβάσεων, δηλαδή να υπάρχουν μεταβάσεις για όλες τις πιθανές εισόδους και όλες τις καταστάσεις του.
 - Προσοχή: Η παραπάνω τεχνική ισχύει μόνο για ντετερμινιστικά αυτόματα. Τα ΜΠΑ (με ή χωρίς ε-μεταβάσεις) πρέπει πρώτα να μετατραπούν στα αντίστοιχα ΝΠΑ.

Κλειστότητα ως προς την τομή

- $L(A) \cap L(B) = \Sigma^* - ((\Sigma^* - L(A)) \cup (\Sigma^* - L(B)))$

Αλγόριθμοι

- Υπάρχουν αλγόριθμοι που απαντούν στα παρακάτω ερωτήματα:
 - Δεδομένου πεπερασμένου αυτόματου M και συμβολοσειράς w , ανήκει η w στο $L(M)$;
 - Δεδομένου πεπερασμένου αυτόματου M , ισχύει $L(M) = \emptyset$;
 - Δεδομένου πεπερασμένου αυτόματου M , ισχύει $L(M) = \Sigma^*$;
 - Δεδομένων δύο πεπερασμένων αυτομάτων M_1 και M_2 , ισχύει $L(M_1) \subseteq L(M_2)$;
 - Δεδομένων δύο πεπερασμένων αυτομάτων M_1 και M_2 , ισχύει $L(M_1) = L(M_2)$;

Πεπερασμένα αυτόματα

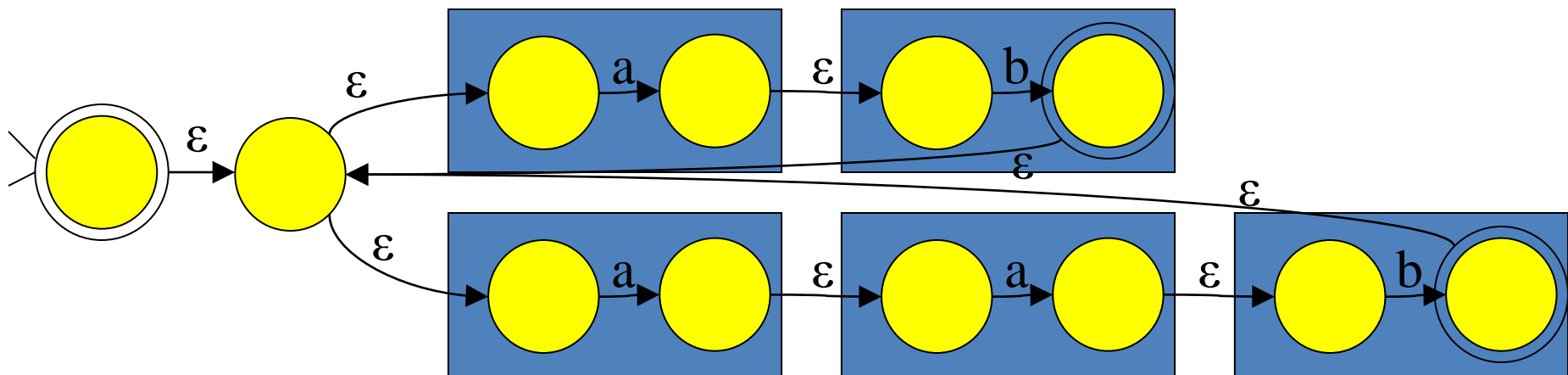
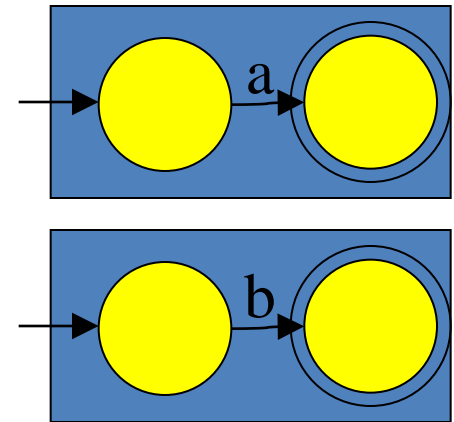
Ισοδυναμία πεπερασμένων
αυτομάτων και κανονικών
εκφράσεων

Κατασκευή αυτομάτων από κανονικές εκφράσεις

- Με βάση τις ιδιότητες κλειστότητας που είδαμε στις προηγούμενες διαφάνειες, μπορούμε να κατασκευάσουμε αυτόματο που να δέχεται τη γλώσσα οποιασδήποτε κανονικής έκφρασης.
- Η κατασκευή των αυτομάτων γίνεται με βάση τα απλούστερα αυτόματα που δέχονται τα μεμονωμένα σύμβολα του αλφαβήτου καθώς και την κενή λέξη ϵ .

Παράδειγμα κατασκευής αυτομάτου από κανονική έκφραση

- Να κατασκευαστεί αυτόματο που να δέχεται τη γλώσσα $(ab + aab)^*$

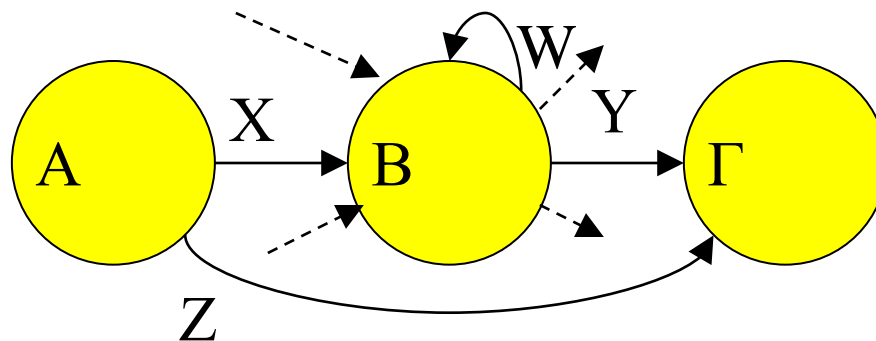


Εύρεση κανονικών εκφράσεων από αυτόματα (1/3)

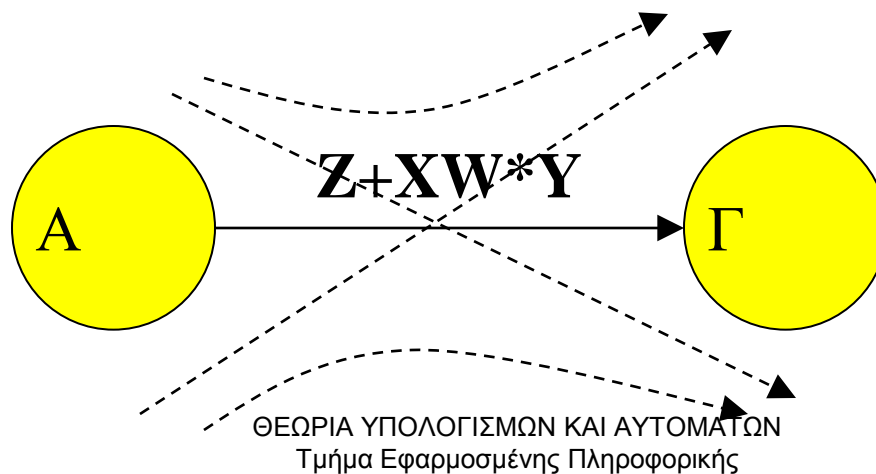
- Η διαδικασία βασίζεται στην απαλοιφή των ενδιάμεσων μη τελικών καταστάσεων του αυτομάτου.
- Για κάθε ενδιάμεση μη-τελική κατάσταση:
 - Απαλοΐφουμε την κατάσταση και όλα τα τόξα που εισέρχονται ή εξέρχονται από αυτή.
 - Προσθέτουμε ένα νέο τόξο για κάθε συνδυασμό εισερχόμενου-εξερχόμενου τόξου της κατάστασης που απαλείψαμε. Το νέο τόξο έχει ως επιγραφή την παράθεση των επιγραφών των επιμέρους τόξων, δηλαδή μια κανονική έκφραση.

Εύρεση κανονικών εκφράσεων από αυτόματα (2/3)

- Για παράδειγμα, από το:

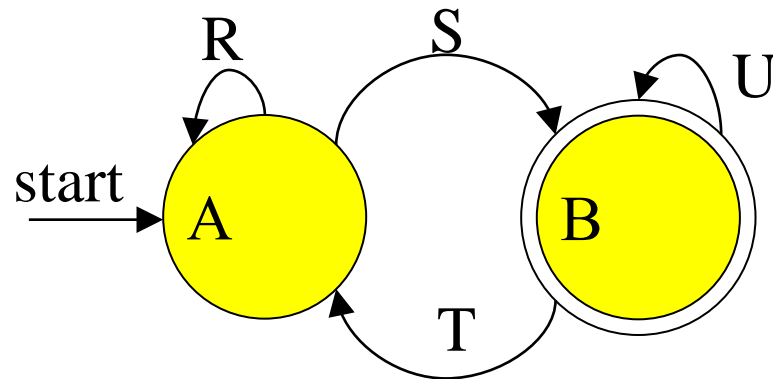


- παίρνουμε το:



Εύρεση κανονικών εκφράσεων από αυτόματα (3/3)

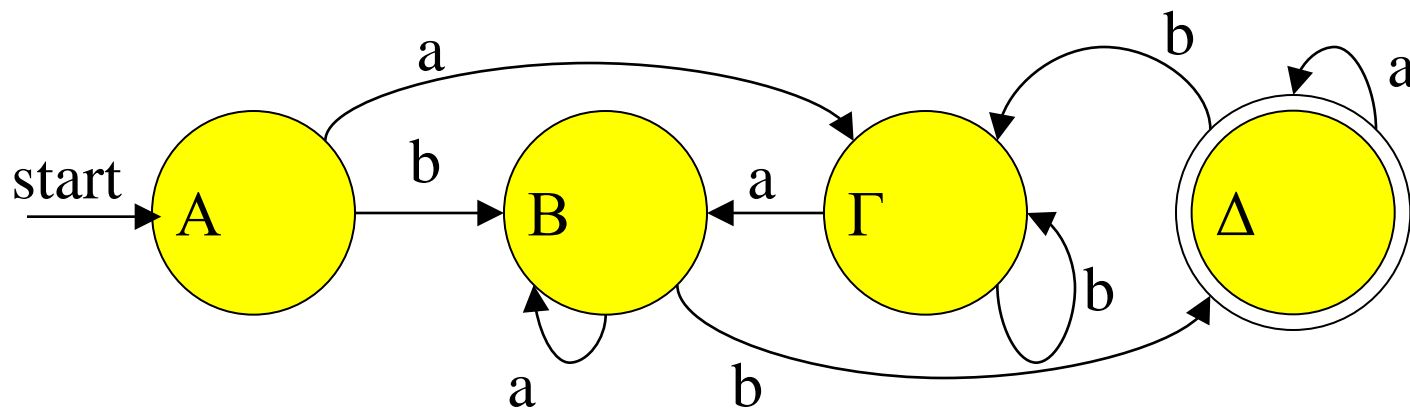
- Εάν το αρχικό αυτόματο είχε μόνο μια τελική κατάσταση, στο τέλος θα καταλήξουμε με ένα αυτόματο της μορφής:



- Το αυτόματο αυτό αντιστοιχεί στην κανονική έκφραση: $(R+SU^*T)^*SU^*$

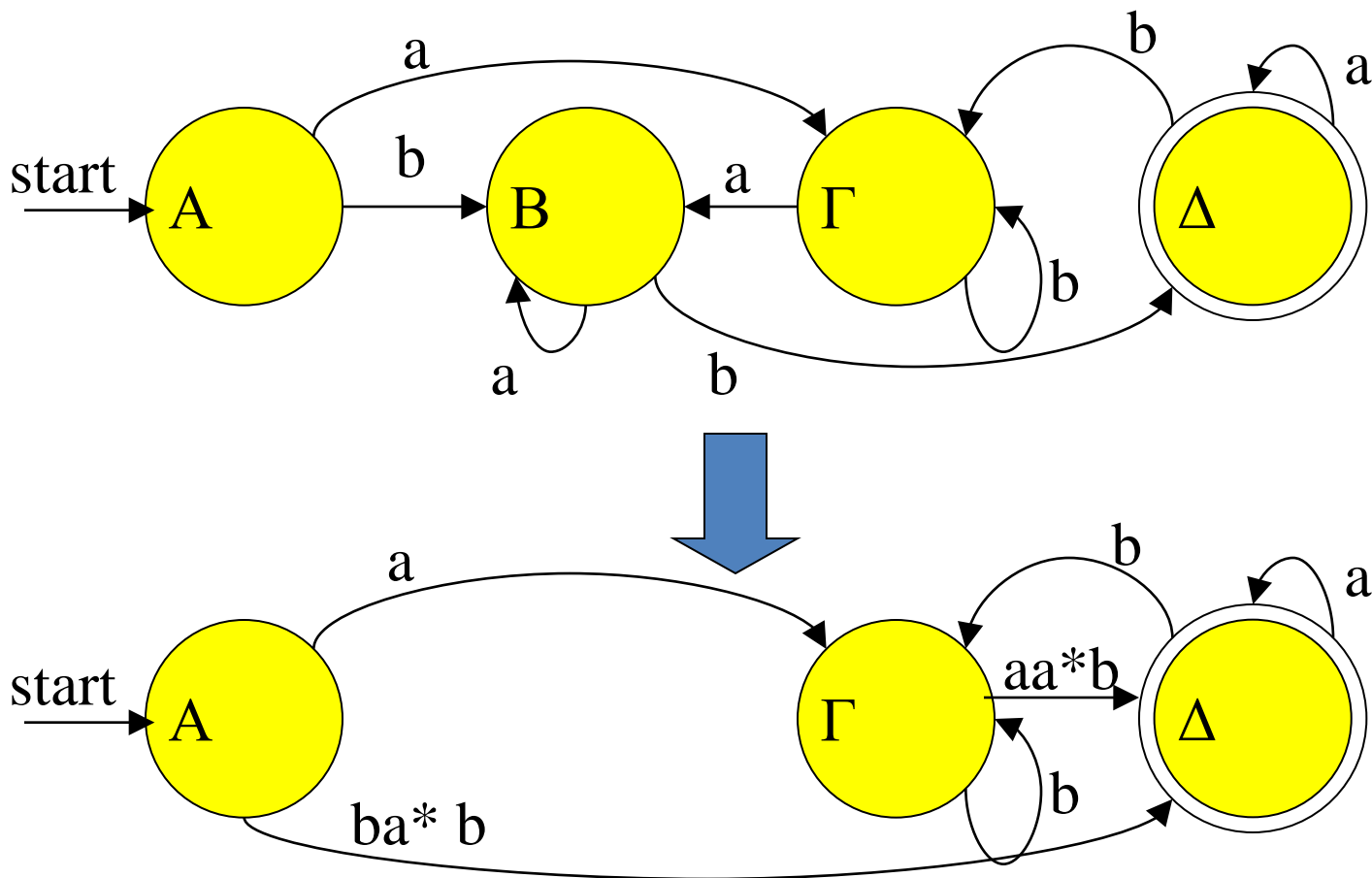
Παράδειγμα (1/4)

- Έστω το παρακάτω αυτόματο.

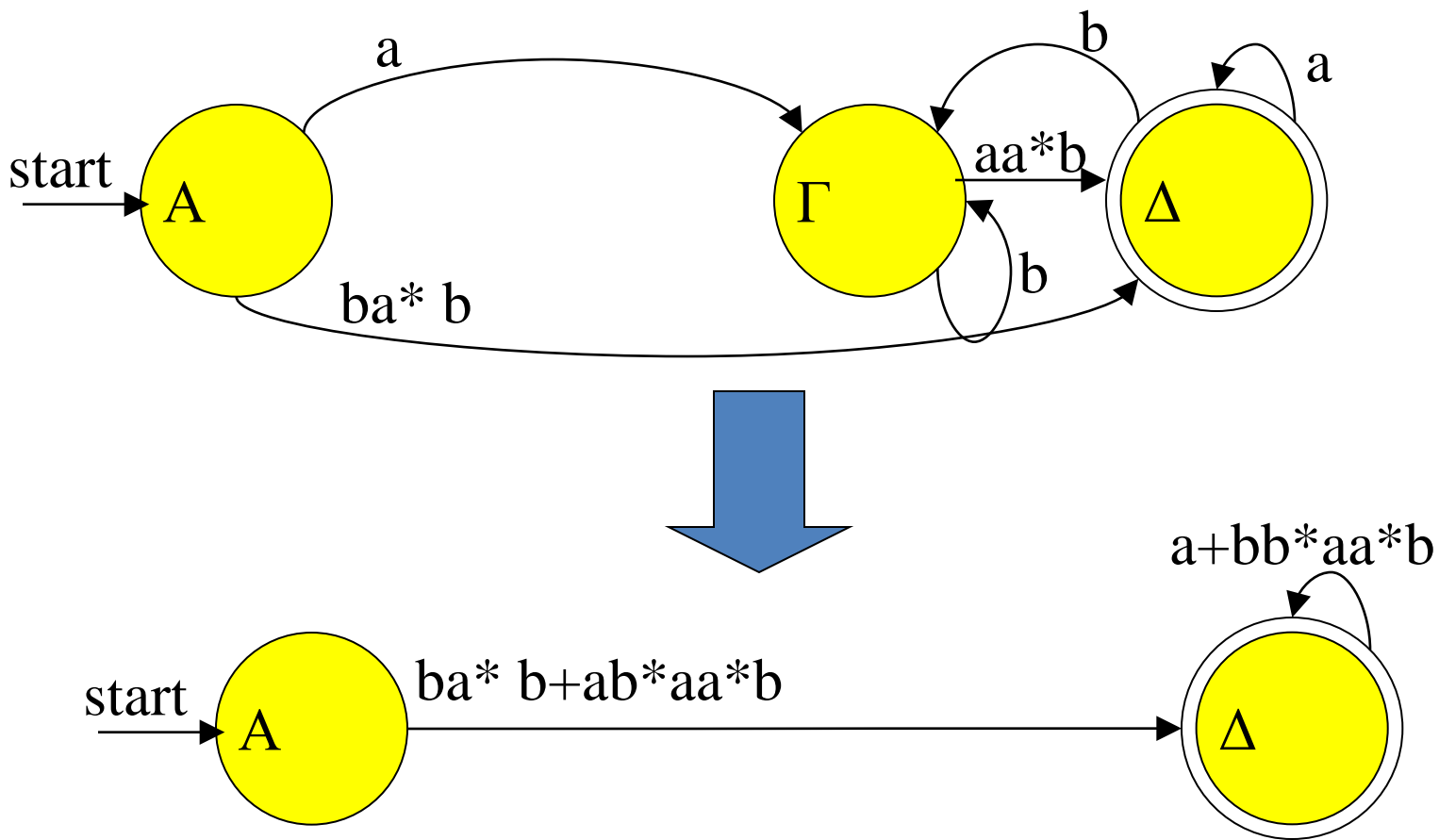


- Πρέπει να απαλείψουμε τις καταστάσεις B και Γ...

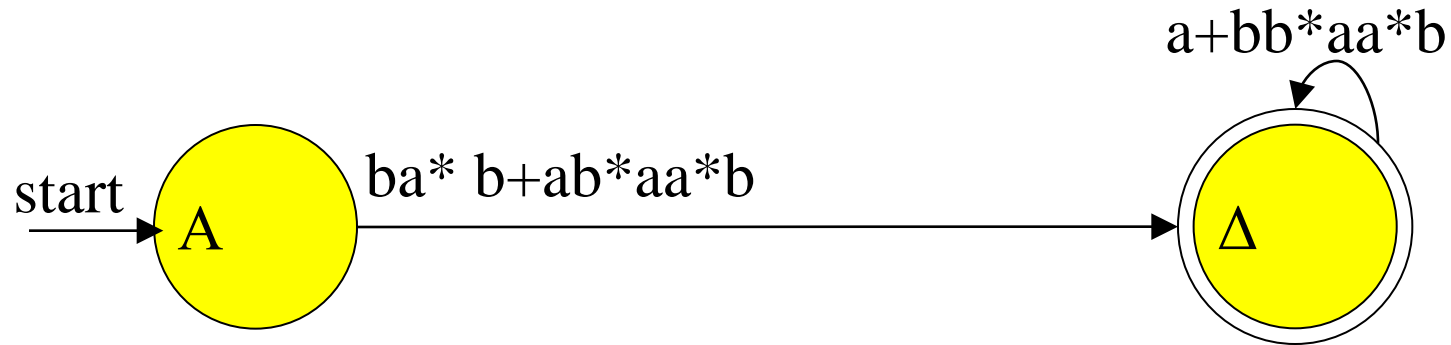
Παράδειγμα (2/4)



Παράδειγμα (3/4)

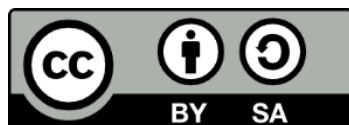


Παράδειγμα (4/4)



- Από το παραπάνω αυτόματο προκύπτει ότι η κανονική έκφραση στην οποία αυτό αντιστοιχεί είναι η:
 - $(ba^* b+ab^*aa^*b)(a+bb^*aa^*b)^*$
- Η ίδια τεχνική μπορεί να εφαρμοστεί και για αυτόματα με περισσότερες από μια τελικές καταστάσεις.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

