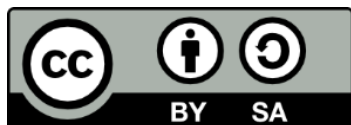


ΘΕΩΡΙΑ ΠΑΙΓΝΙΩΝ

Ενότητα 2: Ισορροπία Nash

Ρεφανίδης Ιωάννης

Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Επίπεδα ορθολογικότητας (1/3)

- Η μέθοδος της επαναλαμβανόμενης απαλοιφής κυριαρχούμενων στρατηγικών βασίζεται στις εξής δύο παραδοχές:
 - Κάθε παίκτης είναι λογικός και άρα δεν θα επιλέξει μια κυριαρχούμενη στρατηγική.
 - Κάθε παίκτης γνωρίζει ότι και οι υπόλοιποι παίκτες είναι λογικοί και άρα δεν θα παίξουν τις δικές τους κυριαρχούμενες στρατηγικές.
 - Κάθε παίκτης γνωρίζει ότι οι υπόλοιποι παίκτες γνωρίζουν ότι ο ίδιος είναι ορθολογικός.
 - Κάθε παίκτης γνωρίζει ότι οι υπόλοιποι παίκτες γνωρίζουν ότι αυτός γνωρίζει ότι οι υπόλοιποι παίκτες είναι ορθολογικοί.

Επίπεδα ορθολογικότητας (2/3)

- Η επαναλαμβανόμενη απαλοιφή κυριαρχούμενων στρατηγικών γίνεται επικίνδυνη, όταν υπάρχουν πολλοί "γύροι" απαλοιφής.
 - Ο κίνδυνος προέρχεται από τον γεγονός ότι κάποιος παίκτης μπορεί να μην εντοπίσει μια κυριαρχούμενη στρατηγική ή να απαλείψει μια μη-κυριαρχούμενη στρατηγική!
- Έστω το παρακάτω παιχνίδι:

A	B	Left	Center	Right
	Top	4,5	1,6	5,6
	Middle	3,5	2,5	5,4
	Bottom	2,5	2,0	7,0

Επίπεδα ορθολογικότητας (3/3)

- Μετά από επαναλαμβανόμενες απαλοιφές καταλήγουμε στην λύση (Middle, Center).
- Με αυτή τη λύση ο παίκτης B εξασφαλίζει όφελος 5, κάτι όμως που θα το εξασφάλιζε απλά επιλέγοντας την κίνηση Left.
- Επιπλέον ρισκάρει να έχει όφελος μόνο 0 !

A	B	Left	Center	Right
Top		4,5	1,6	5,6
Middle		3,5	2,5	5,4
Bottom		2,5	2,0	7,0

Σειρά των απαλοιφών (1/3)

- Όταν η απαλοιφή γίνεται βάσει **ασθενώς** κυριαρχούμενων στρατηγικών, η σειρά των απαλοιφών έχει σημασία.
- Έστω το παρακάτω παιχνίδι:

A	B	Left	Right
Top		0,0	0,1
Bottom		1,0	0,0

- Εάν απαλείψουμε ταυτόχρονα και για τους δύο παίκτες τις κυριαρχούμενες στρατηγικές, καταλήγουμε στη λύση (Bottom, Right).

Σειρά των απαλοιφών (2/3)

- Εάν ωστόσο εφαρμόσουμε την απαλοιφή πρώτα για τον παίκτη A και μετά για τον B, τότε:
 - Απαλείφουμε την Top, οπότε ο B δεν έχει καμία κυριαρχούμενη στρατηγική πλέον!

A	B	Left	Right
	Top	0,0	0,1
	Bottom	1,0	0,0

- Εάν, μάλιστα, ξεκινήσει πρώτα ο B να κάνει απαλοιφές, τότε θα καταλήξουμε σε τρίτο αποτέλεσμα!

Σειρά των απαλοιφών (3/3)

- Συμπεράσματα:
 - Η απαλοιφή ασθενώς κυριαρχούμενων στρατηγικών μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα με τη σειρά με την οποία γίνονται οι απαλοιφές για κάθε παίκτη.
 - Ως σωστή σειρά θεωρείται η ταυτόχρονη απαλοιφή για όλους τους παίκτες σε κάθε γύρο.
 - Εάν εκτελέσουμε απαλοιφή μόνο των ισχυρώς κυριαρχούμενων στρατηγικών, η σειρά της απαλοιφής δεν παίζει ρόλο.

Υπαρξη λύσης

- Δεν καταλήγουμε πάντα σε μοναδική λύση με τη μέθοδο IEDS.
 - Πολλά προβλήματα δεν έχουν καθόλου κυριαρχούμενες στρατηγικές (π.χ. η μάχη των φύλων).
 - Άλλα προβλήματα έχουν μερικές μόνο κυριαρχούμενες στρατηγικές, μετά την απαλοιφή των οποίων απομένουν αρκετές άλλες στρατηγικές που δεν απαλείφονται.

Ισορροπία nash

Γενικά (1/2)

- Έστω δύο παίκτες, A και B.
- Ας υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει καμία κυρίαρχη ούτε κυριαρχούμενη στρατηγική, για κανέναν παίκτη.
- Ωστόσο, ας υποθέσουμε ότι ο A "μαντεύει" ποια στρατηγική θα επιλέξει ο αντίπαλος, έστω s_B^* .
- Τότε προφανώς θα επιλέξει εκείνη από τις δικές του στρατηγικές, έστω s_A^* , η οποία είναι η καλύτερη απάντηση στην s_B^* .

Γενικά (2/2)

- Ας υποθέσουμε τώρα ότι ο Β καταλαβαίνει ποια στρατηγική σκοπεύει να επιλέξει ο Α και δεν αλλάζει τη στρατηγική του s_B^* .
 - Δηλαδή συμβαίνει και η s_B^* να είναι για τον Β η καλύτερη απάντηση στην s_A^* .
- Το ζεύγος στρατηγικών (s_A^*, s_B^*) αποτελεί μια ισορροπία Nash.

Ισορροπία Nash

- Μια στρατηγική s_i^* είναι η καλύτερη απάντηση (best response) σε ένα διάνυσμα στρατηγικών των άλλων παικτών s_{-i}^* , εάν ισχύει:
 - $\forall s_i, u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$
- Ένας συνδυασμός στρατηγικών $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*)$ αποτελεί μια ισορροπία Nash, εάν:
 - $\forall i, \forall s_i, u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$
- Με άλλα λόγια, ένα διάνυσμα στρατηγικών s^* αποτελεί ισορροπία Nash, εάν κάθε στρατηγική s_i^* αποτελεί την καλύτερη απάντηση στο συνδυασμό στρατηγικών των άλλων παικτών s_{-i}^* .

Παράδειγμα

- Έστω το παράδειγμα της μάχης των φύλων (διαφάνεια 52).

	Γ	Γήπεδο	Όπερα
A			
Γήπεδο		3,1	0,0
Όπερα		0,0	1,3

- Το παιχνίδι δεν έχει κυρίαρχες στρατηγικές.
- Ωστόσο έχει δύο ισορροπίες Nash:
 - (Γήπεδο, Γήπεδο)
 - (Όπερα, Όπερα)

Υπαρξη / Μοναδικότητα ισορροπιών Nash

- Υπάρχουν παιχνίδια που έχουν περισσότερες από μια ισορροπίες Nash.
- Ωστόσο υπάρχουν και παιχνίδια που δεν έχουν κανένα σημείο ισορροπίας Nash.
- Για παράδειγμα, έστω το παιχνίδι "μονά-ζυγά":

	B	
A	0	1
0	1,0	0,1
1	0,1	1,0

Παρατηρήσεις (1/2)

- Μπορούμε να φανταστούμε τις καταστάσεις ισορροπίας Nash ως "συνταγές" παιχνιδιού.
 - Κάποιος δίνει στους παίκτες τη "συνταγή" πριν αυτοί παίξουν και κανένας παίκτης δεν "τολμά" να παίξει διαφορετικά.
- Στην περίπτωση περισσοτέρων του ενός σημείων ισορροπίας Nash, η επιλογή ενός από όλους τους παίκτες προϋποθέτει κάποιας μορφής προσυνηννόηση μεταξύ τους.

Παρατηρήσεις (2/2)

- Εάν υποθέσουμε ένα παιχνίδι το οποίο:
 - Έχει περισσότερα του ενός σημεία ισορροπίας Nash
 - Το παιχνίδι επαναλαμβάνεται για πολλούς γύρους
 - Οι παίκτες δεν έχουν δυνατότητα συνεννόησης
- Στον πρώτο γύρο οι παίκτες επιλέγουν τις στρατηγικές τους, οι οποίες δεν οδηγούν σε σημείο ισορροπίας.
- Σε κάθε έναν από τους επόμενους γύρους κάποιοι παίκτες αλλάζουν τις στρατηγικές τους.
- Υπάρχει μεγάλη πιθανότητα μετά από μερικούς γύρους οι παίκτες να καταλήξουν σε σημείο ισορροπίας.
 - Εκλογές, πελατεία καταστημάτων κλπ.

Σύγκριση των διαφόρων ειδών λύσης

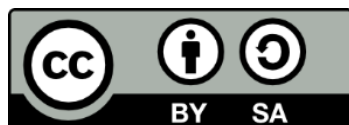
- Εάν υπάρχει λύση κυρίαρχων στρατηγικών, τότε η λύση αυτή:
 - Είναι η μοναδική λύση IEDS
 - Είναι το μοναδικό σημείο ισορροπίας Nash.
- Εάν ένας παίκτης έχει κυρίαρχη στρατηγική, τότε κάθε λύση IEDS και κάθε σημείο ισορροπίας Nash περιλαμβάνει αυτή τη στρατηγική για τον συγκεκριμένο παίκτη.
- Κάθε λύση IEDS είναι και σημείο ισορροπίας Nash.
- Υπάρχουν σημεία ισορροπίας Nash, τα οποία δεν είναι λύσεις IEDS.
 - Η μάχη των φύλων.

Παράδειγμα: Το δίλημμα των φυλακισμένων

- Όπως έχουμε δει, το παιχνίδι αυτό έχει μια λύση κυρίαρχων στρατηγικών, την (Ομολογεί, Ομολογεί).
- Η λύση αυτή είναι και το μοναδικό σημείο ισορροπίας Nash.

	B	O	ΔO
A			
	O	10,10	15,0
	ΔO	0,15	14,14

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ