

ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ & ΔΙΚΤΥΑΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ
4^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

ID: TH01

1-1. Η τροφή που θα καταναλώνεται σε μια διαίτα απαιτείται να ανήκει σε μια από τις παρακάτω τέσσερις ομάδες: αρτοσκευάσματα, γλυκά, φρούτα, γαλακτοκομικά. Οι τροφές που είναι διαθέσιμες για κατανάλωση είναι (αντίστοιχα για κάθε κατηγορία) : κρουασάν, σοκολάτες, μήλα και γιαούρτι. Κάθε κρουασάν κοστίζει 150 δρχ, κάθε σοκολάτα 120 δρχ, κάθε μήλο 60 δρχ και κάθε γιαούρτι 180 δρχ. Κάθε μέρα πρέπει να λαμβάνονται τουλάχιστον 1100 θερμίδες, 170 gr σοκολάτας, 300 gr ζάχαρης και 200 gr λιπαρών. Το περιεχόμενο ανά μονάδα κάθε διαθέσιμου είδους στα απαιτούμενα συστατικά δίνεται στον Πίνακα 1. Να διαμορφωθεί ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού εύρεση της διατροφής που ικανοποιεί τις ημερήσιες ανάγκες υγιεινής διατροφής με το ελάχιστο κόστος.

	Θερμίδες	Σοκολάτα (gr)	Ζάχαρη (gr)	Λιπαρά (gr)
Κρουασάν (1 Τεμάχιο)	400	80	50	50
Σοκολάτα (1 Τεμάχιο)	300	90	50	120
Μήλο (1 Τεμάχιο)	140	0	100	20
Γιαούρτι (1 Τεμάχιο)	600	0	60	160

Πίνακας 1. Περιεκτικότητες τροφών σε θρεπτικές ουσίες

1-2. Ένα αρτοποιείο ξεκινάει κάθε μέρα με μια συγκεκριμένη ποσότητα από αλεύρι, αυγά, ζάχαρη, γάλα, μαγιά. Ειδικεύεται στο να παράγει ψωμί, κέικ, αγγλικά ψωμάκια, μπισκότα, κουλούρια. Θέλουμε να προσδιορίσουμε ποια ποσότητα από κάθε προϊόν πρέπει το αρτοποιείο να παράγει ώστε να μεγιστοποιούνται τα κέρδη. Οι συνταγές δίνονται στον Πίνακα 2 (υλικά όπως αλάτι, νερό κ.τ.λ. αγνοούνται). Η μονάδα μέτρησης για το αλεύρι, τη ζάχαρη το γάλα και τη μαγιά είναι το γραμμάριο. Να μορφοποιηθεί το πρόβλημα.

	Ψωμί	Κέικ	Αγγλ. Ψωμί	Μπισκότα	Κουλούρια	Διαθ/μες Ύλες
Αλεύρι gr	12	3	9/2	3/2C	5/2	500000
Αυγά (Τεμ)	0	3	1	1	2	120
Ζάχαρη gr	1/4	3/2	1/8	1	1/4	300000
Γάλα	2	3/4	1	0C	0	250000
Μαγιά gr	1	0	1	0	1	10000
Κέρδος(δρχ)	15	45	33	42	40	

Πίνακας 2. Ποσότητες για την παραγωγή 1 μονάδας αρτοσκευάσματος

1-3. Πρόβλημα μεταφοράς (transportation problem). Μια εταιρία εμπορίας ηλεκτρικών ψυγείων θέλει να μεταφέρει ψυγεία από τέσσερις αποθήκες σε τρία καταστήματα πώλησης. Οι εκτιμήσεις για τη ζήτηση στα καταστήματα 1, 2 και 3 είναι 75, 110 και 95 ψυγεία αντίστοιχα. Η ποσότητες που είναι αποθηκευμένες στις αποθήκες 1, 2, 3 και 4 είναι 60, 90, 100 και 50 ψυγεία αντίστοιχα. Το κόστος μεταφοράς ενός ψυγείου από τις αποθήκες στα καταστήματα δίνεται στον Πίνακα 3. Η επιχείρηση θέλει να μεταφέρει τα ψυγεία έτσι ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση σε κάθε κατάστημα και το συνολικό κόστος μεταφοράς να είναι ελάχιστο. Ποιο μαθηματικό πρόβλημα πρέπει να λύσει;

Καταστήματα			
Αποθήκες	1	2	3
1	1800	4200	3600
2	2400	1500	3000
3	2700	1800	3300
4	3600	1800	2100

Πίνακας 3. Κόστος μεταφοράς ενός ψυγείου από αποθήκες σε καταστήματα

1-4. (Βραχυπρόθεσμος Οικονομικός Σχεδιασμός) Η εταιρεία ηλεκτρονικών "ΜΙΚΡΟΔΟΜΗ" κατασκευάζει δισκέτες και μελανοταινίες. Το κόστος παραγωγής και πρώτων υλών ανά μονάδα προϊόντος και η τιμή πώλησης για κάθε προϊόν δίνονται στον παρακάτω Πίνακα 4.

	ΔΙΣΚΕΤΕΣ	ΜΕΛΑΝΟΤΑΙΝΙΕΣ
ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ	200	300
ΚΟΣΤΟΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	50	100
ΚΟΣΤΟΣ ΠΡΩΤΩΝ ΥΛΩΝ	70	80

Πίνακας 4. Κόστος και τιμές πώλησης προϊόντων

Στις 1 Νοεμβρίου η εταιρεία διαθέτει πρώτες ύλες για την κατασκευή 700 δισκετών και 500 μελανοταινιών. Ο ισολογισμός της εταιρείας την ίδια ημερομηνία φαίνεται στον Πίνακα 5 ενώ η σχέση ενεργητικό/παθητικό είναι $750000/375000 = 2$. Οι "λογαριασμοί εισπρακτέοι" είναι χρήματα που χρωστούν πελάτες που έχουν αγοράσει στο παρελθόν προϊόντα της εταιρείας. Τα έτοιμα προϊόντα οι τιμές και τα έσοδα από την πώλησή τους φαίνονται στον Πίνακα 6.

	ΕΝΕΡΓΗΤΙΚΟ	ΠΑΘΗΤΙΚΟ
TAMEIO	500.000	
ΛΟΓΑΡΙΑΣΜΟΙ ΕΙΣΠΡΑΚΤΕΟΙ	100.000	
ΠΡΟΪΟΝΤΑ	150.000	
ΔΑΝΕΙΟ		375.000

Πίνακας 5. Ισολογισμός την 1^η Νοεμβρίου

450 δισκέτες x 200 δρχ	90000
200 μελανοταινίες x 300 δρχ	60000
Σύνολο	150000

Πίνακας 6. Έσοδα πώλησης

Η εταιρεία πρέπει να αποφασίσει πόσες δισκέτες και μελανοταινίες θα κατασκευάσει κατά την διάρκεια του Νοεμβρίου. Η ζήτηση είναι μεγάλη και αναμένεται να πωληθούν όλα τα προϊόντα που θα κατασκευασθούν. Η πληρωμή θα γίνει επί πιστώσει και τα χρήματα από τα προϊόντα που θα κατασκευασθούν τον Νοέμβριο θα καταβληθούν μετά την 1η Ιανουαρίου του επομένου έτους.

Κατά την διάρκεια του Νοεμβρίου η εταιρεία θα εισπράξει 70000 από εισπρακτέους λογαριασμούς και πρέπει να πληρώσει 30000 για αποπληρωμή του δανείου και 25.000 ενοίκιο. Την 1η Δεκεμβρίου θα παραλάβει πρώτες ύλες αξίας 150000 δρχ. που θα πληρωθούν την 1η Ιανουαρίου. Από την διοίκηση της εταιρείας αποφασίστηκε ότι το ταμείο την 1η Δεκεμβρίου πρέπει να έχει τουλάχιστον 300000 δρχ. Επί πλέον η τράπεζα που χορήγησε το δάνειο απαιτεί η σχέση ενεργητικό/παθητικό στις αρχές Δεκεμβρίου να είναι τουλάχιστον 2.

Να διαμορφωθεί μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που θα καθορίζει την παραγωγή τον μήνα Νοέμβριο ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνεισφορά στα κέρδη.

1-5. Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει προσωπικούς ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Η ζήτηση των ηλεκτρονικών υπολογιστών για κάθε μήνα δίνεται στον Πίνακα 7.

α/α	Μήνας	Ζήτηση (Τεμ)	α/α	Μήνας	Ζήτηση (Τεμ)	α/α	Μήνας	Ζήτηση (Τεμ)
1	Ιαν	1200	5	Μάιος	1100	9	Σεπτ.	1300
2	Φεβρ.	2500	6	Ιούνιος	1800	10	Οκτ.	1800
3	Μάρ.	1600	7	Ιούλιος	2100	11	Νοέμ.	1600
4	Απρ.	2300	8	Αύγ.	2200	12	Δεκέμ.	1400

Πίνακας 7. Μηνιαία ζήτηση ηλεκτρονικών υπολογιστών

Για να προσαρμοστεί κατάλληλα σε αυτή τη διακύμανση της ζήτησης η διοίκηση του εργοστασίου μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιοδήποτε συνδυασμό των επόμενων εναλλακτικών στρατηγικών

1. πρόσληψη και απόλυση εργατών
2. χρησιμοποίηση υπερωριών
3. αποθήκευση εξαρτημάτων για κάλυψη μελλοντικής ζήτησης

Κάθε μια από τις παραπάνω τρεις στρατηγικές έχει και περιορισμούς και κόστος.

1. Οι εργάτες προσλαμβάνονται ή απολύονται στην αρχή κάθε μήνα. Δεν επιτρέπεται να προσληφθούν ή να απολυθούν πάνω από 40 εργάτες/μήνα. Επιπλέον οι αλλαγές αυτές κοστίζουν.

Πρόσληψη: 200000 δρχ/εργάτη

Απόλυση: 320000 δρχ/εργάτη

2. Η παραγωγή με υπερωρίες πρέπει να είναι περιορισμένη. Κάθε εργάτης παράγει 22 εξαρτήματα το μήνα και δεν επιτρέπεται να παράγει περισσότερα από 8 εξαρτήματα με υπερωρίες το μήνα.
3. Επιπλέον η παραγωγή με υπερωρίες κοστίζει παραπάνω από την κανονική παραγωγή. Το επιπλέον κόστος είναι 18000 δρχ/εξάρτημα.
4. Η αποθήκη μπορεί να γίνει αρκετά ακριβή. Το κόστος είναι 1800 δρχ/μήνα/εξάρτημα.

Το Δεκέμβριο (στο τέλος) του τρέχοντος χρόνου το εργοστάσιο έχει 160 εργάτες και στην αποθήκη του δεν υπάρχουν αποθηκευμένα εξαρτήματα. Στο τέλος του Δεκεμβρίου του επόμενου χρόνου δεν πρέπει να έχει αποθηκευμένα εξαρτήματα. Ποιες αποφάσεις πρέπει να πάρει στην αρχή κάθε μήνα η διοίκηση για να αντιμετωπίσει τη ζήτηση με το ελάχιστο επιπλέον κόστος;

1-6. Μία βιοτεχνία κατασκευής παπουτσιών διαθέτει στην αγορά μπότες, γόβες, αθλητικά παπούτσια, παντόφλες και πάνινα παπούτσια. Ο αριθμός των εργατών που απαιτούνται καθώς και οι ποσότητες από τα διάφορα υλικά που πρέπει να χρησιμοποιηθούν προκειμένου να παραχθεί 1 ζευγάρι από τα διάφορα είδη παπουτσιών, δίνονται στον παρακάτω Πίνακα 8.

	Μπότες	Γόβες	Παπούτσια Αθλητικά	Παντόφλες	Παπούτσια Πάνινα
Δέρμα	10	8	2	0	0
Πανί	0	0	4	2	10
Ειδικό πλαστικό	1	1	7	9	5
Κόλλα	4	4	3	3	5
Εργάτες	6	5	4	3	4

Πίνακας 8. Απαιτήσεις υλικών

Η βιοτεχνία έχει μόνο 55 εργάτες, ενώ δε διαθέτει περισσότερες από 800 μονάδες δέρματος, 1000 μονάδες πανί, 700 μονάδες ειδικού πλαστικού και 600 μονάδες κόλλας. Το κόστος κατασκευής (σε χρηματικές μονάδες) των διαφόρων ειδών των παπουτσιών φαίνεται στον Πίνακα 9.

	Μπότες	Γόβες	Αθλητικά Παπούτσια	Παντόφλες	Πάνινα Παπούτσια
Κόστος	20	18	21	14	16

Πίνακας 9. Κόστος κατασκευής παπουτσιών.

Να προσδιοριστεί ο αριθμός των ζευγαριών των παπουτσιών κάθε είδους που πρέπει να κατασκευαστεί ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της βιοτεχνίας.

1-7. Ένας αγρότης πρέπει να αγοράσει τις ποσότητες των τύπων λιπάσματος που φαίνονται στον Πίνακα 10. Ο αγρότης έχει τη δυνατότητα να αγοράσει το λίπασμα από 4 διαφορεικά καταστήματα. Οι μέγιστες ποσότητες λιπασμάτων (όλων των τύπων) που μπορεί να προμηθευτεί από κάθε κατάστημα φαίνονται στον Πίνακα 11. Το κόστος μεταφοράς ανά τόνο από κάθε κατάστημα και για κάθε τύπο λιπάσματος δίνεται στον Πίνακα 12. Πώς μπορεί ο αγρότης να εκπληρώσει τις απαιτήσεις του σε λιπάσματα με το ελάχιστο κόστος;

Τύπος λιπάσματος	Ελάχιστη ποσότητα (σε τόνους)
1	185
2	50
3	50
4	200
5	185

Πίνακας 10. Ελάχιστες ποσότητες λιπασμάτων.

Καταστήματα	Μέγιστες Διαθέσιμες Ποσότητες (σε τόνους)
1	350
2	225
3	195
4	275

Πίνακας 11. Μέγιστες ποσότητες λιπασμάτων

Κατάστημα	Τύπος λιπάσματος				
	1	2	3	4	5
1	30	40	35	45	25
2	15	35	30	20	35
3	12	28	37	42	36
4	15	28	32	25	48

Πίνακας 12. Κόστος μεταφοράς

1-8. Μια τράπεζα επιχειρεί να καθορίσει πού να επενδυθούν τα κεφάλαια της κατά την διάρκεια του τρέχοντος έτους. Υπάρχουν 500000000 δρχ διαθέσιμες για επένδυση σε γραμμάτια, δάνεια αγοράς κατοικίας, αγοράς αυτοκινήτου και προσωπικά δάνεια. Ο ετήσιος τόκος σε κάθε τύπο δανείου είναι: γραμμάτια 10%, δάνεια αγοράς κατοικίας 16%, δάνεια αγοράς αυτοκινήτου 13%, προσωπικά δάνεια 20%. Για να εγγυηθεί ο μάνατζερ επενδύσεων της τράπεζας ότι το χαρτοφυλάκιο δεν είναι τόσο ριψοκίνδυνο έχει θέσει τρεις περιορισμούς:

- Το ποσό που θα επενδυθεί σε προσωπικά δάνεια δε μπορεί να ξεπεράσει το ποσό που θα επενδυθεί σε γραμμάτια.

ΞΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή στο γραμμικό προγραμματισμό

- b. Το ποσό που θα επενδυθεί σε δάνεια αγοράς κατοικίας δεν μπορεί να ξεπεράσει το ποσό που θα επενδυθεί σε δάνεια αγοράς αυτοκινήτου.
- c. Το μέγιστο ποσό που μπορεί να επενδυθεί σε προσωπικά δάνεια μπορεί να είναι το 25% του συνολικού ποσού των επενδύσεων.

Στόχος της τράπεζας είναι να μεγιστοποιήσει τον ετήσιο τόκο στο χαρτοφυλάκιο των επενδύσεων της. Διατυπώστε ένα γραμμικό πρόβλημα, που θα επιτρέψει στην τράπεζα να επιτύχει το στόχο της.

1-9. Η Φαρμακοβιομηχανία ΒΙΟΦΑΡ παράγει το φάρμακο Rozac από 4 χημικά. Σήμερα πρέπει να παράγει 1000 μ.β. (μονάδα βάρους) από το φάρμακο Rozac. Τα 3 ενεργά συστατικά του Rozac είναι τα A, B, C. Το Rozac πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 8% από το A, τουλάχιστον 4% από το B και τουλάχιστον 2% από το C. Το κόστος για κάθε χημικό και η ποσότητα των ενεργών συστατικών για 1 μ.β. χημικού δίνεται στον Πίνακα.13. Είναι απαραίτητο τουλάχιστον 100 μ.β. του χημικού 2 να χρησιμοποιηθούν. Σχηματίστε ένα γραμμικό πρόβλημα του οποίου η λύση να προσδιορίζει τον φθηνότερο τρόπο της σημερινής παραγωγής.

Χημικά	Κόστος	A	B	C
1	8	0,03	0,02	0,01
2	10	0,06	0,04	0,01
3	11	0,10	0,03	0,04
4	14	0,12	0,09	0,04

Πίνακας 13. Κόστη και ενεργά συστατικά των χημικών

1-10. Η αυτοκινητοβιομηχανία ΕΛΒΟ διαθέτει 150000000 δρχ διαφημιστικό προϋπολογισμό για να αυξήσει τις πωλήσεις των νέων μοντέλων αυτοκινήτων. Η εταιρία προσανατολίζεται στις διαφημίσεις μέσω ραδιοφώνου και τηλεόρασης. Ο αριθμός των νέων πελατών που φθάνουν στην εταιρία δεν είναι ανάλογος του αριθμού των διαφημίσεων. Ο Πίνακας 14 δείχνει τον αριθμό των νέων πελατών που επηρεάζονται από τις διαφημίσεις. Για παράδειγμα, αν υπάρξουν 20 διαφημίσεις στο ραδιόφωνο θα έρθουν $900 + 600 = 1500$ νέοι πελάτες. Κάθε διαφήμιση στο ραδιόφωνο κοστίζει 1000000 δρχ και κάθε διαφήμιση στην τηλεόραση 10000000. Το πολύ 30 διαφημίσεις στο ραδιόφωνο και 15 διαφημίσεις στην τηλεόραση μπορούν να πραγματοποιηθούν. Πώς μπορεί η εταιρία ΕΛΒΟ να μεγιστοποιήσει τον αριθμό των νέων πελατών που θα δημιουργηθούν από την διαφημιστική καμπάνια;

	Αριθμός διαφημίσεων	Νέοι πελάτες
Ραδιόφωνο	1-15	900
	15-20	600
	21-30	300
Τηλεόραση	1-5	10000

	6-10	5000
	11-15	2000

Πίνακας 14. Νέοι πελάτες που επηρεάζονται από τις διαφημίσεις