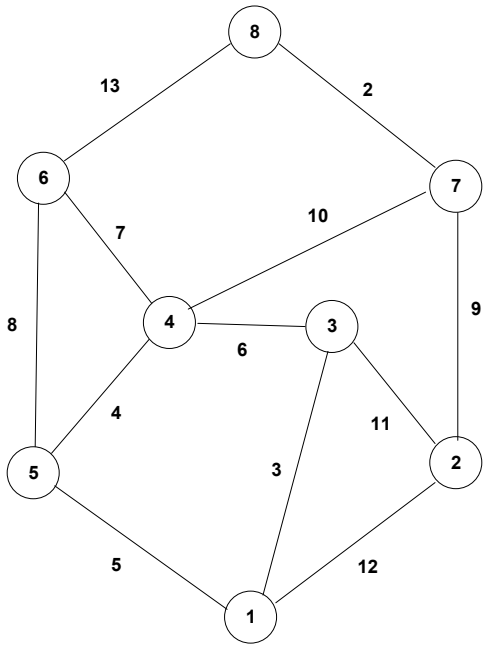
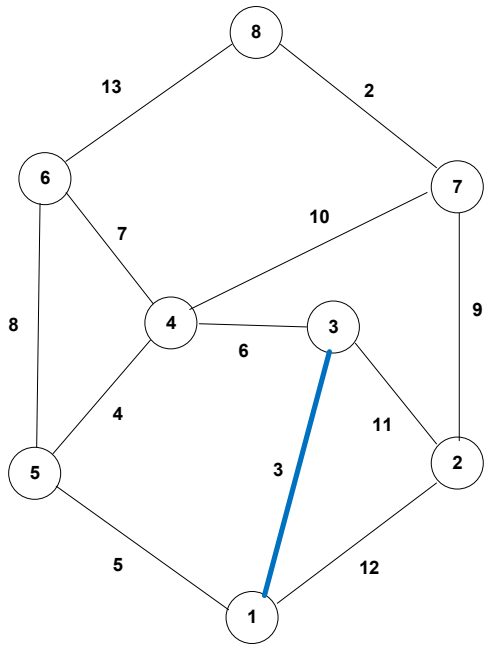
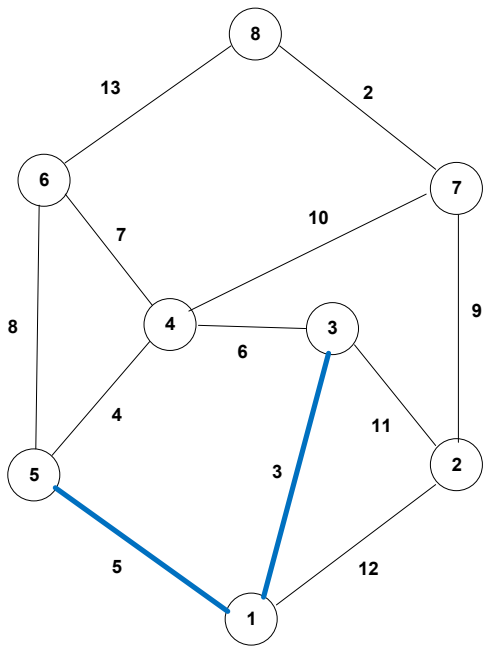
<u>Λυμένες ασκήσεις στα πλαίσια του μαθήματος «Συνδυαστική Βελτιστοποίηση»</u>

Άσκηση 1.
Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο του Prim στο παρακάτω δίκτυο, ξεκινώντας από τον κόμβο 1.



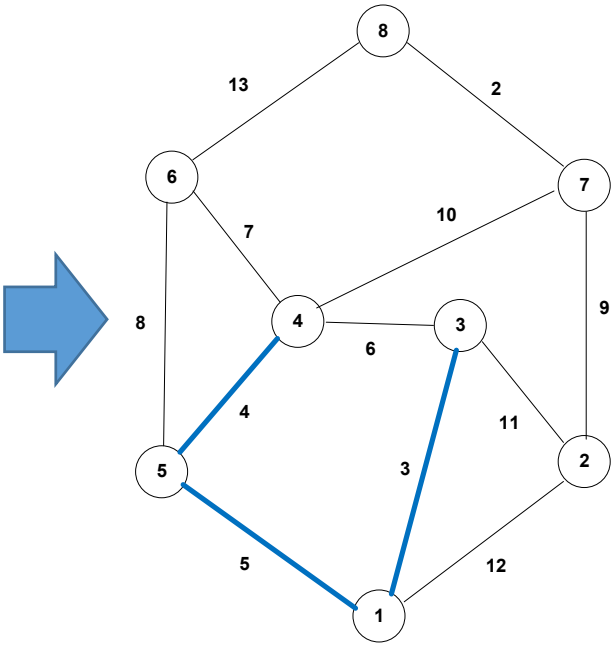
Λύση.



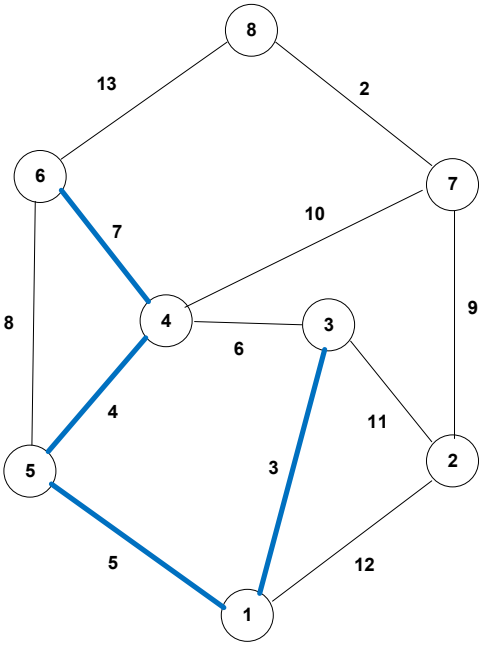


S = [1, 3]
S’ = [2, 4, 5, 6, 7, 8]

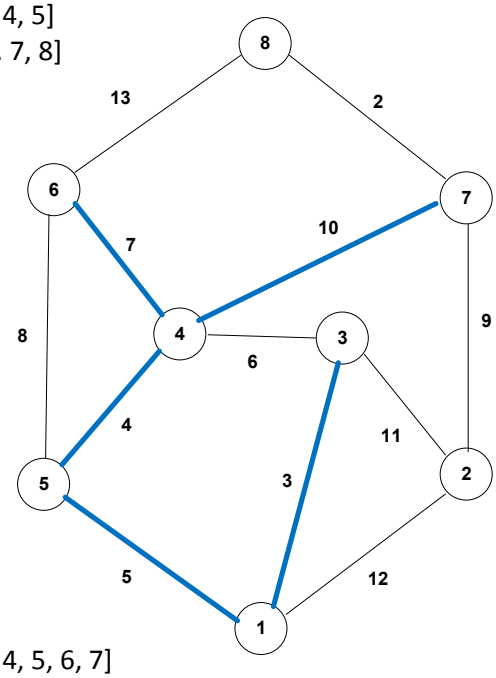
S = [1, 3, 5]
S’ = [2, 4, 6, 7, 8]



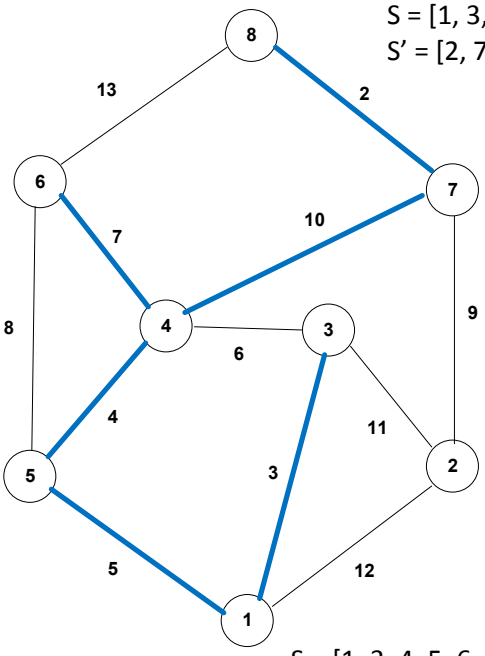
S = [1, 3, 4, 5]
S’ = [2, 6, 7, 8]



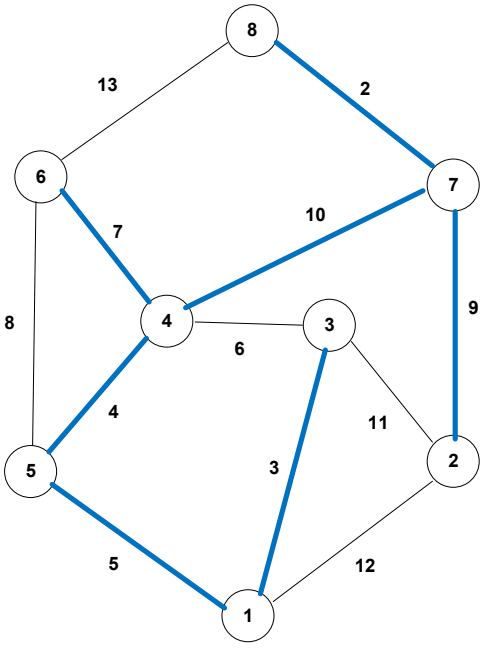
S = [1, 3, 4, 5, 6]
S’ = [2, 7, 8]



S = [1, 3, 4, 5, 6, 7]
S’ = [2, 8]



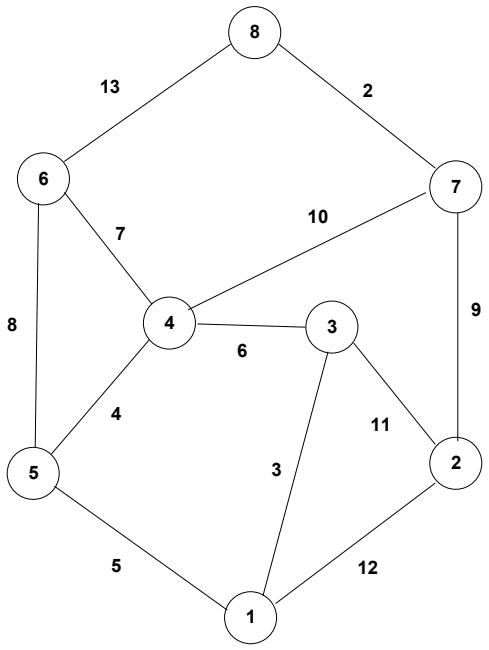
S = [1, 3, 4, 5, 6, 7, 8]
S’ = [2]



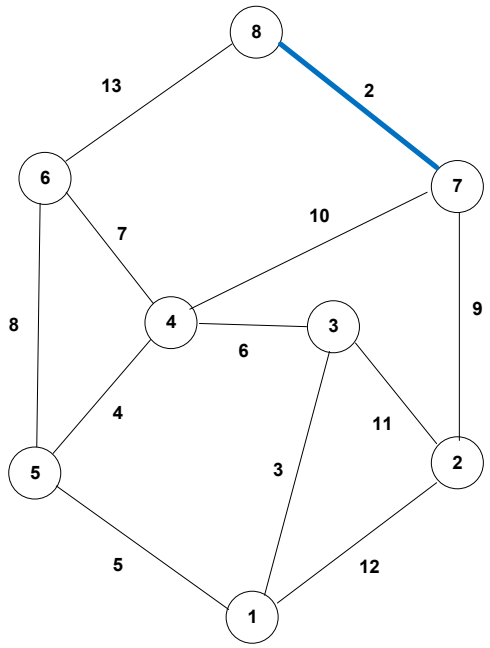
Εδώ, τερματίζουν οι επαναλήψεις και έχουμε πλέον εντοπίσει ένα ελάχιστο δένδρο κάλυμμα του διπλανού σχήματος, με συνολικό βάρος = 40.

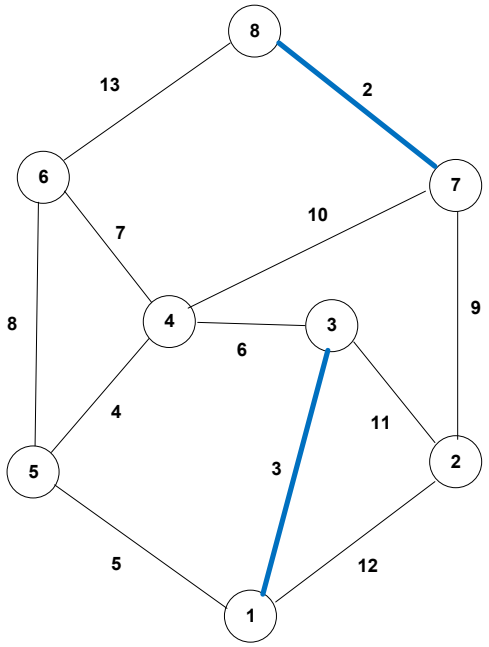
S = [1, 3, 4, 5, 6, 7, 8]
S’ = Ø

Άσκηση 2.
Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο του Kruskal στο παρακάτω δίκτυο.



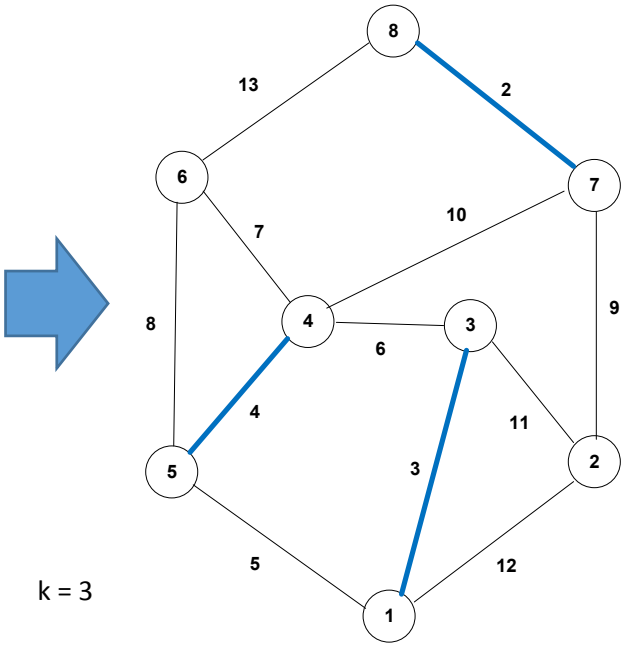
Λύση.



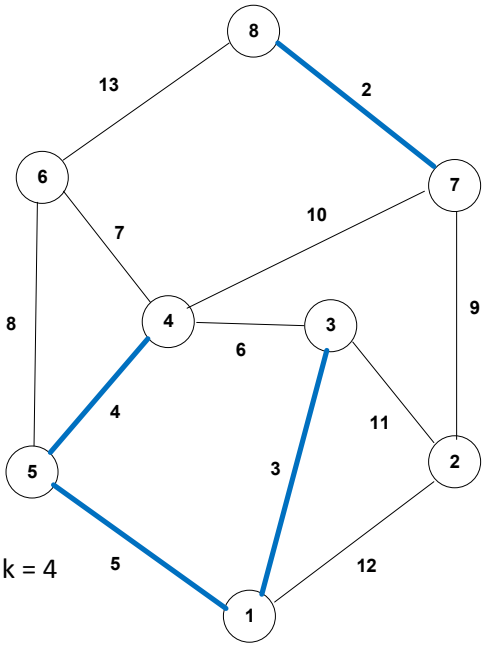


k = 1

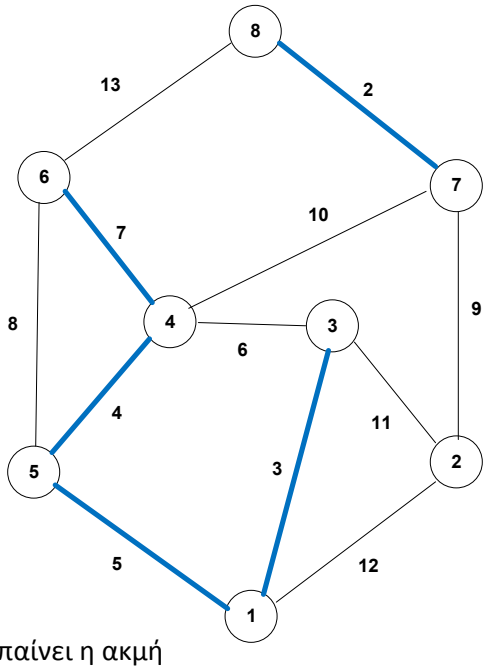
k = 2



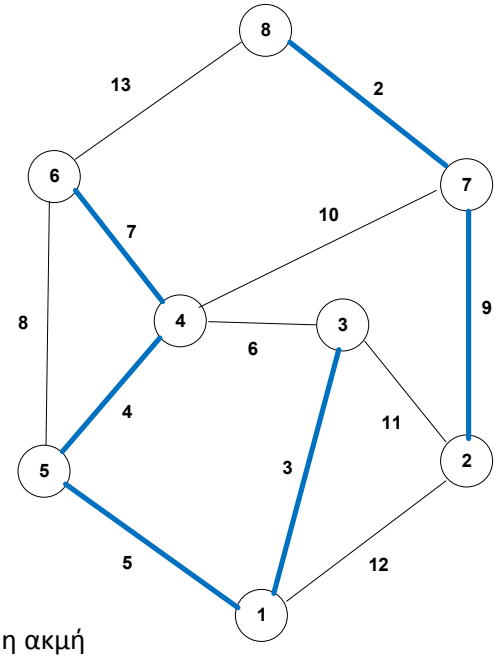
k = 3



k = 4

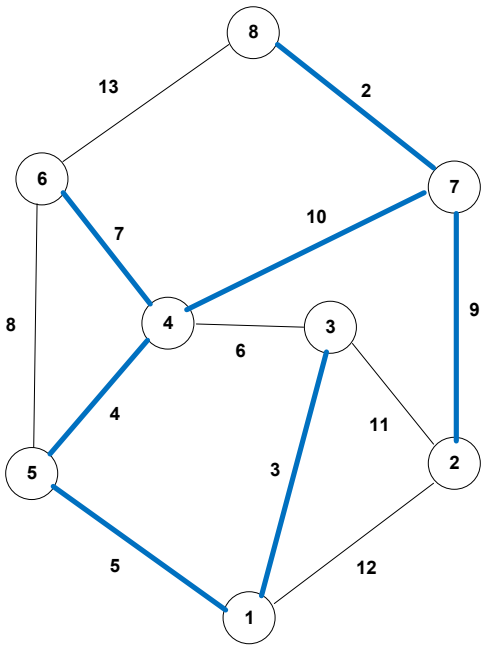


Δεν μπαίνει η ακμή
(3,4) γιατί κάνει κύκλο
k = 5



Δεν μπαίνει η ακμή
(5,6) γιατί κάνει κύκλο

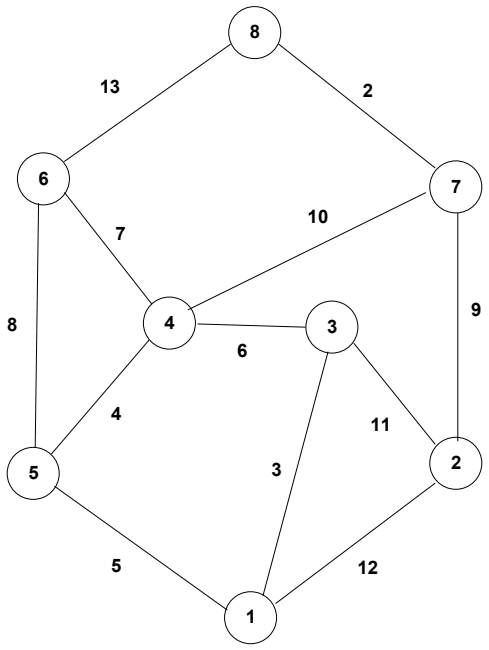
k = 6



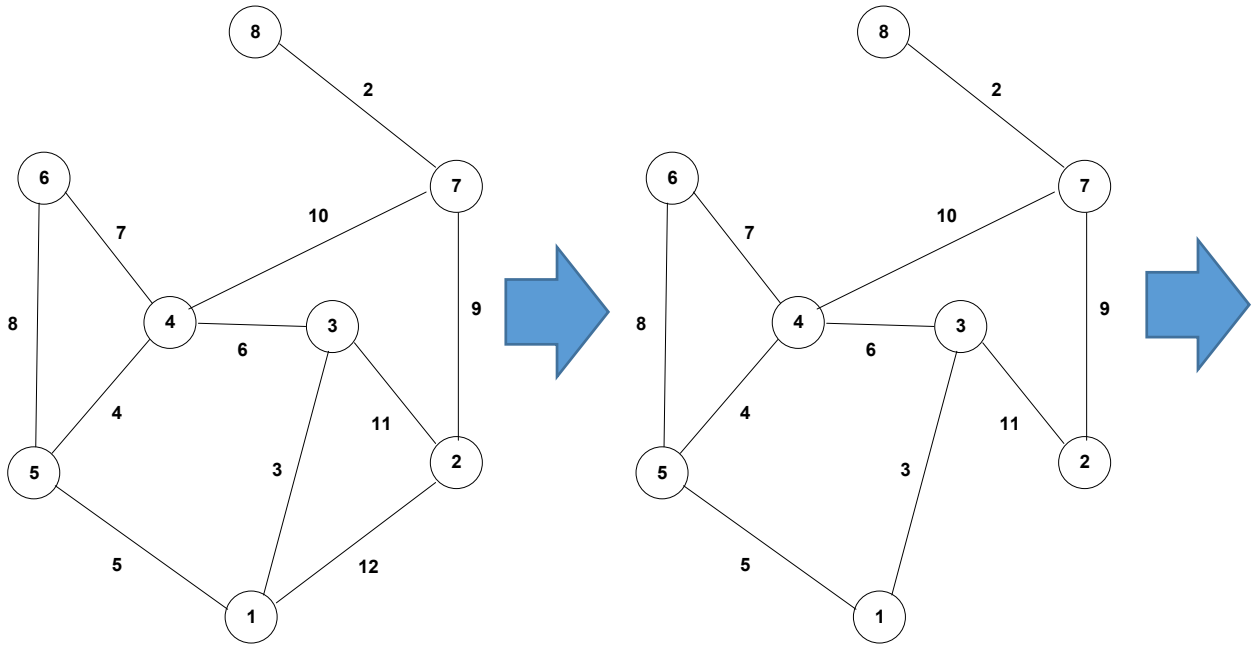
Εδώ, τερματίζουν οι επαναλήψεις και έχουμε πλέον εντοπίσει ένα ελάχιστο δένδρο κάλυμμα του διπλανού σχήματος, με συνολικό βάρος = 40.

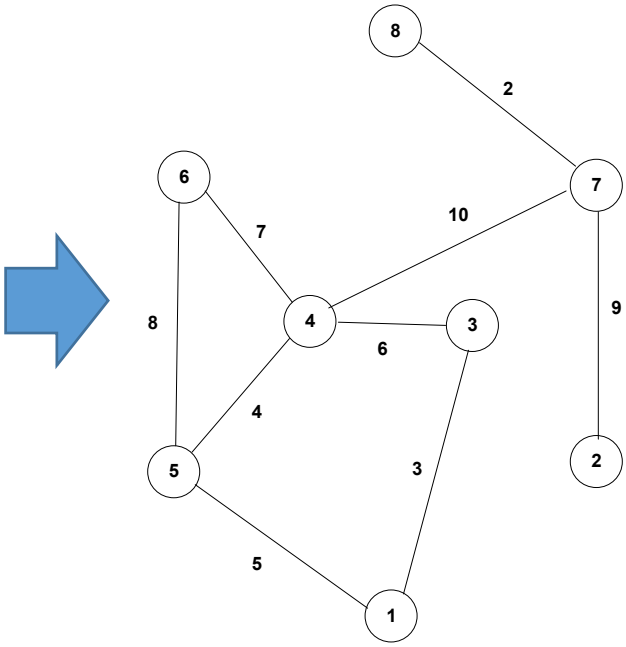
k = 7

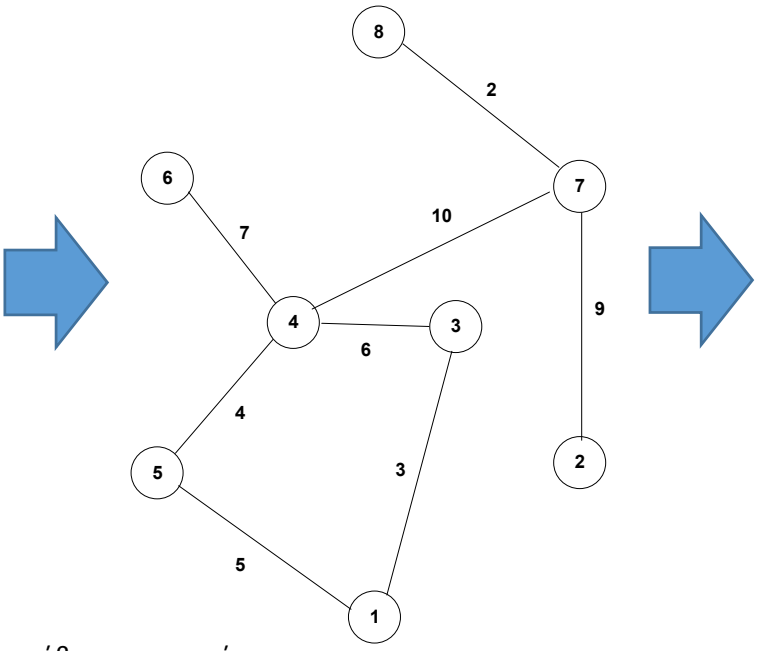
Άσκηση 3.
Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο αντίστροφης διαγραφής (reverse-delete algorithm) στο παρακάτω δίκτυο.



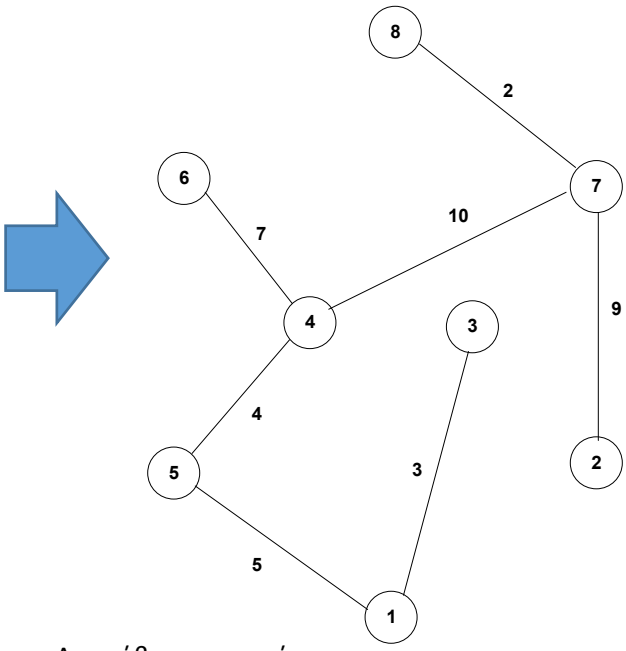
Λύση.







Δεν κόβονται οι ακμές (4,7) και (2,7), γιατί προκαλούν μη συνεκτικότητα

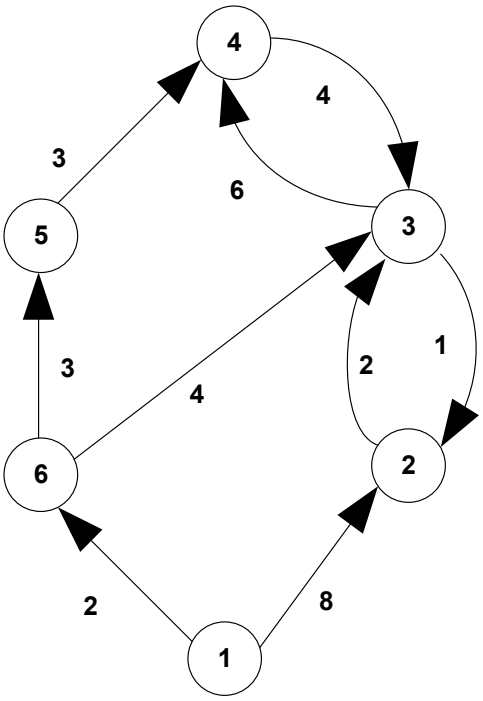


Δεν κόβεται η ακμή (4,6) γιατί προκαλεί μη συνεκτικότητα

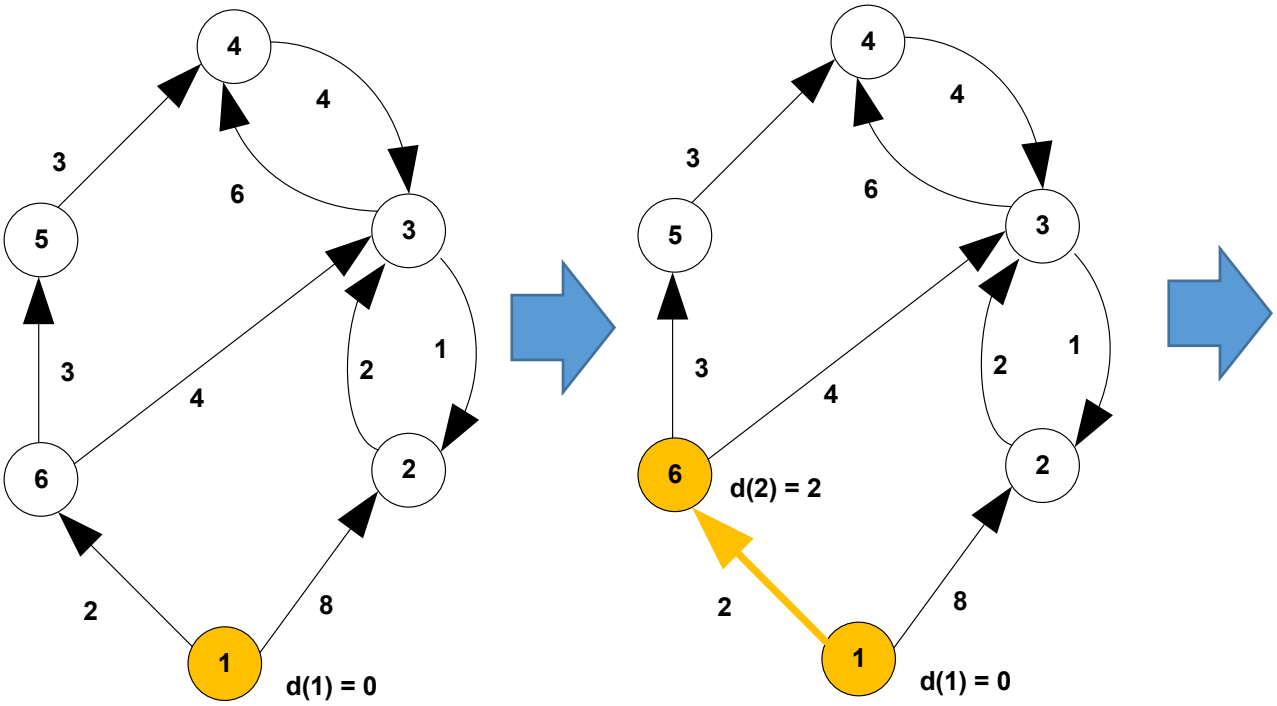
Εδώ, τερματίζουν οι επαναλήψεις και έχουμε πλέον εντοπίσει ένα ελάχιστο δένδρο κάλυμμα του διπλανού σχήματος, με συνολικό βάρος = 40.

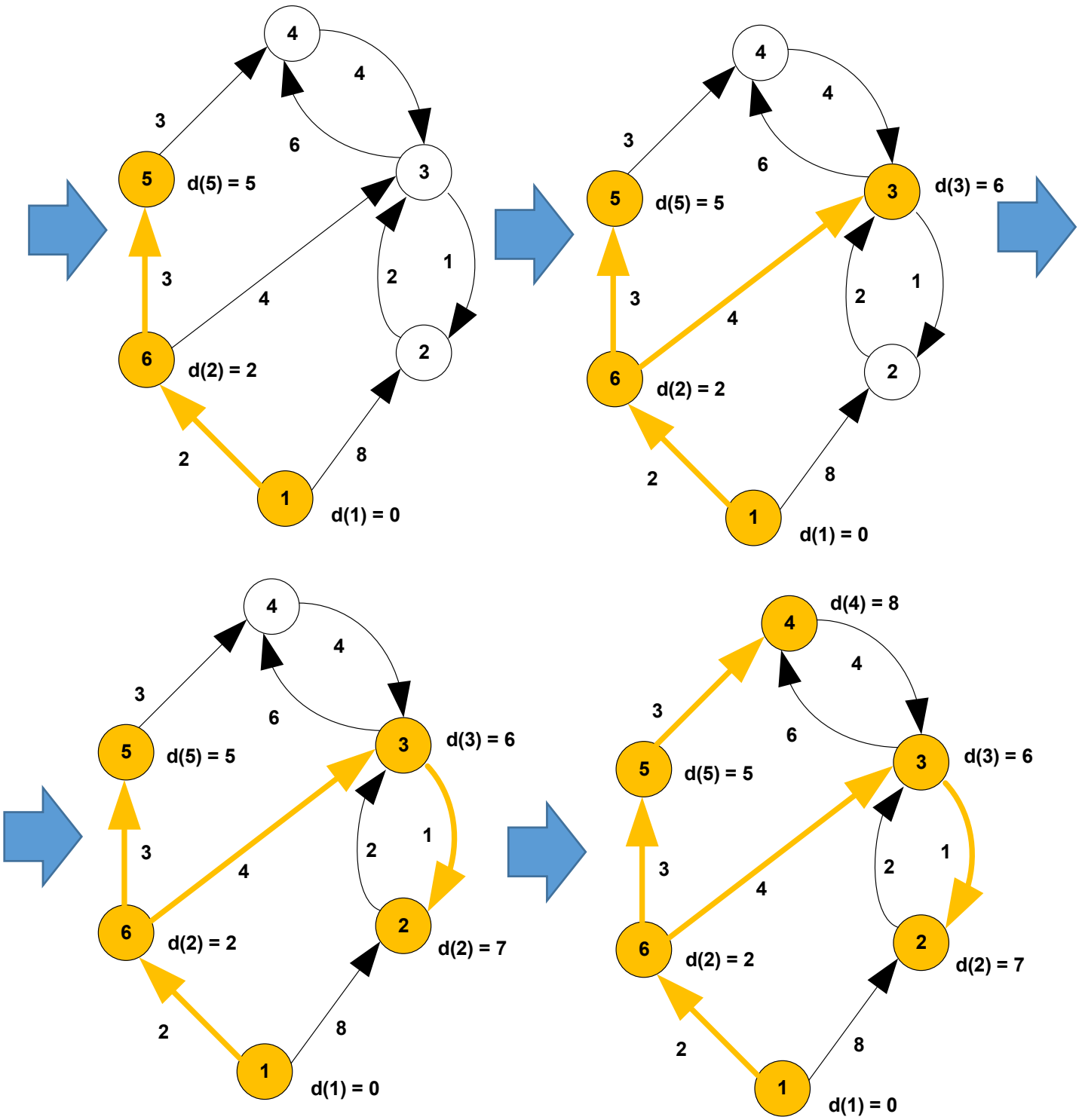
Άσκηση 4.

Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο του Dijkstra στο παρακάτω δίκτυο ώστε να υπολογίσετε τους ελάχιστους δρόμους από τον κόμβο 1 προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους.



Λύση.





Εδώ, τερματίζουν οι επαναλήψεις και έχουμε πλέον υπολογίσει τους ελάχιστους δρόμους από τον κόμβο 1 προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους.

Άσκηση 5.

Να εφαρμόσετε τον Ουγγρικό αλγόριθμο, στα δεδομένα του προβλήματος ανάθεσης έργων τα οποία δίνονται στον παρακάτω πίνακα κόστους, ώστε να βρείτε τη βέλτιστη ανάθεση με το μικρότερο συνολικό κόστος.

		Εργολάβοι			
		1	**2**	**3**	**4**
Έργα	**1**	8	6	5	7
	2	6	5	3	4
	3	7	8	4	6
	4	6	7	5	6

Λύση.

Η αναφορά επίλυσης μέσω του λύτη Gurobi για το παραπάνω πρόβλημα, είναι ως εξής:

```
Gurobi 6.0.0: optimal solution; objective 20
3 simplex iterations
x :=
1 1   0
1 2   1
1 3   0
1 4   0
2 1   0
2 2   0
2 3   0
2 4   1
3 1   0
3 2   0
3 3   1
3 4   0
4 1   1
4 2   0
4 3   0
4 4   0
;

>Exit code: 0
```

Οπότε, οι βέλτιστες αναθέσεις είναι:

Έργο 1 ↔ Εργολάβος 2
Έργο 2 ↔ Εργολάβος 4
Έργο 3 ↔ Εργολάβος 3
Έργο 4 ↔ Εργολάβος 1

Με συνολικό κόστος = 20.