

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΑΡΙΣΤΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΟΥ ΦΟΡΟΥ

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα αγαθό το οποίο δημιουργεί κατά την παραγωγή ή την κατανάλωσή του έναν ρύπο, και ας υποθέσουμε ότι για κάθε μία μονάδα παραγόμενου προϊόντος δημιουργείται και μία μονάδα ρύπων. Οι ρύποι αυτοί δημιουργούν περιβαλλοντικές ζημιές, δηλαδή μια αρνητική εξωτερικότητα. Ας υποθέσουμε ότι το ανά μονάδα ρύπων (και άρα ανά μονάδα παραγωγής) εξωτερικό κόστος είναι d .

Ας υποθέσουμε επίσης ότι οι καταναλωτές παίρνουν χρησιμότητα από την κατανάλωση ποσότητας Q του αγαθού αυτού ίση με:

$$U = a \times Q - \frac{b}{2} \times Q^2 + (Y - I)$$

όπου I είναι τα χρήματα από το συνολικό διαθέσιμο εισόδημα του Y τα οποία καταναλώνει για την αγορά του αγαθού αυτού και επομένως $Y - I$ είναι το υπόλοιπο του εισοδήματος που διαθέτει για όλα τα άλλα αγαθά.

Ας υποθέσουμε επίσης ότι το κόστος παραγωγής του αγαθού είναι $TC = c \times Q$. Υπολογίστε το άριστο επίπεδο του φόρου που πρέπει να επιβληθεί ανά μονάδα ρύπων (και άρα ανά μονάδα προϊόντος στην περίπτωση που εξετάζουμε) στις εξής περιπτώσεις:

- Όταν το προϊόν παράγεται σε συνθήκες τέλει ανταγωνισμού
- Όταν το προϊόν παράγεται από έναν μονοπωλητή

Απάντηση

Για να λύσουμε το πρόβλημα της επιλογής του άριστου φόρου από την κυβέρνηση (περιβαλλοντική αρχή), θεωρούμε ότι η κυβέρνηση γνωρίζει την συμπεριφορά τόσο των καταναλωτών όσο και των επιχειρήσεων όταν κάνει την επιλογή της. Επομένως, πριν λύσουμε το πρόβλημα της κυβέρνησης, λύνουμε τα προβλήματα επιλογής των καταναλωτών και των επιχειρήσεων και με δεδομένες αυτές τις λύσεις προχωρούμε στη μεγιστοποίηση του κοινωνικού πλεονάσματος που είναι ο στόχος της κυβέρνησης.

Καταναλωτές:

Η χρησιμότητα από την κατανάλωση ενός αγαθού X δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U = a \times Q - \frac{b}{2} \times Q^2 + (Y - I) \quad (1)$$

και ο εισοδηματικός περιορισμός θα δίνεται από τη σχέση

$$I = P \times Q$$

Για τη μεγιστοποίηση της χρησιμότητας υπό περιορισμό, θα μεγιστοποιήσουμε την εξίσωση του Lagrange της μορφής:

$$\max_a L = [a \times Q - \frac{b}{2} \times Q^2] - \lambda \times [I - P \times Q],$$

όπου λ ο πολλαπλασιαστής του Lagrange.

Η συνθήκη πρώτης τάξης μας δίνει:

$$\frac{\partial L}{\partial Q} = 0 \Rightarrow a - b \times Q - \lambda \times P = 0$$

Υποθέτοντας ότι $\lambda = 1$ τότε η συνάρτηση ζήτησης του αγαθού δίνεται από την παρακάτω γραμμική σχέση:

$$P = a - b \times Q \quad (2)$$

1. Τέλειος ανταγωνισμός

Στον τέλειο ανταγωνισμό οι επιχειρήσεις παίρνουν την τιμή ως δεδομένη και συμπεριφέρονται ανάλογα. Επίσης οι επιχειρήσεις γνωρίζουν ότι η κυβέρνηση επιβάλλει ένα φόρο t ανά μονάδα ρύπων (ανά μονάδα προϊόντος στην περίπτωσή μας).

Επιχειρήσεις:

Στην περίπτωση του τέλειου ανταγωνισμού έχουμε:

$$\max_Q \Pi = P \times Q - c \times Q - t \times Q$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης μας δίνει:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = 0 \Rightarrow P - c - t = 0 \Rightarrow P = c + t \quad (3)$$

$$(2) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} c + t = a - b \times Q \Rightarrow Q = \frac{a - c - t}{b} \quad (4)$$

Κυβέρνηση:

Γνωρίζοντας όλα τα παραπάνω, η κυβέρνηση επιλέγει το άριστο επίπεδο του περιβαλλοντικού φόρου, μεγιστοποιώντας την συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας SW (Social Welfare):

$$\max_t SW = U - P \times Q + P \times Q - c \times Q - d \times Q$$

όπου $U - P \times Q = CS$ είναι το πλεόνασμα καταναλωτή, $\Pi = P \times Q - c \times Q$ είναι τα κέρδη (ή πλεόνασμα) των επιχειρήσεων και $d = MD$ η οριακή ζημιά στο περιβάλλον από την παραγωγή του αγαθού.

Η συνθήκη πρώτης τάξης μας δίνει:

$$\frac{\partial SW}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial t} - c \times \frac{\partial Q}{\partial t} - d \times \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

όπου $V = U(t)$, δηλαδή η χρησιμότητα εκφρασμένη ως συνάρτηση του φόρου (έμμεση συνάρτηση χρησιμότητας). Υπολογίζουμε την συνάρτηση έμμεσης χρησιμότητας αντικαθιστώντας την (4) στην συνάρτηση χρησιμότητας (1).

$$V = U(Q(t)) = \left(a - \frac{b}{2} \times Q \right) \times Q \stackrel{(4)}{=} \left(a - \frac{b}{2} \times \frac{a-c-t}{b} \right) \times \frac{a-c-t}{b} = \frac{(a+c+t) \times (a-c-t)}{2 \times b}$$

Παραγωγίζοντας την παραπάνω συνάρτηση ως προς το φόρο παίρνουμε:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{c+t}{b} \quad (6)$$

Παραγωγίζοντας την (4) ως προς τον φόρο παίρνουμε:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{1}{b} \quad (7)$$

Αντικαθιστώντας την (6) και (7) στην (5) μπορούμε να εκφράσουμε την συνθήκη πρώτης τάξης του προβλήματος της κυβέρνησης ως εξής:

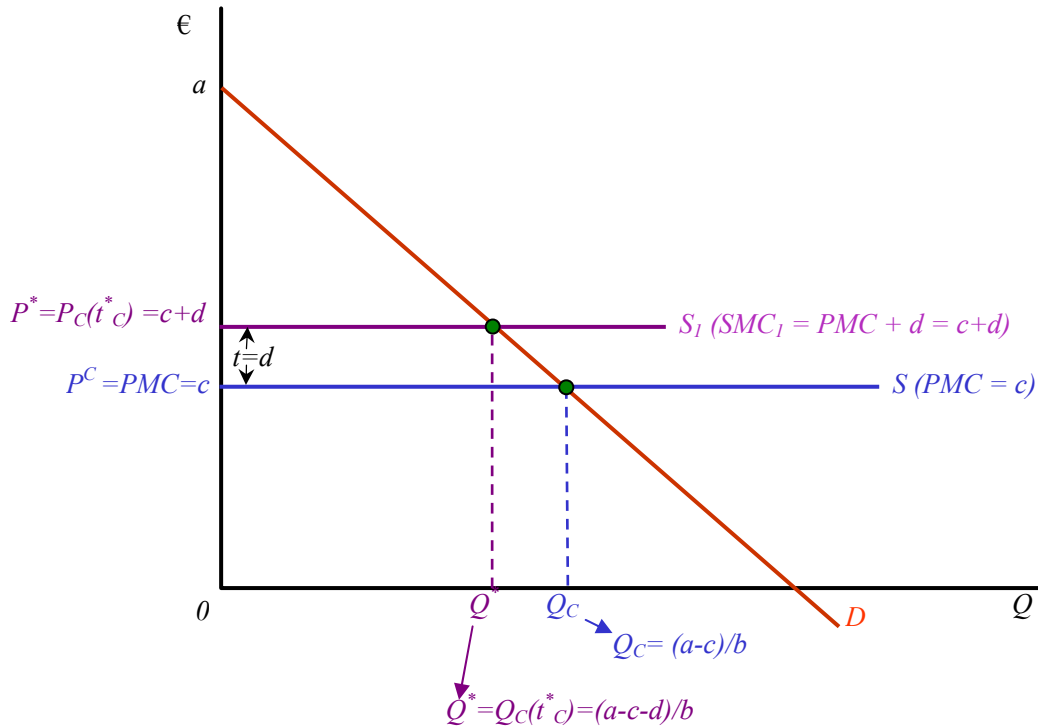
$$(5) \stackrel{(6)}{\Rightarrow} \stackrel{(7)}{\frac{\partial SW}{\partial t}} = \frac{-c+t}{b} + c \times \frac{1}{b} - d \times \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow -c-t+c+d=0 \Rightarrow t_c^* = d \quad (8)$$

Επομένως, το άριστο επίπεδο φόρου ισούται με την οριακή εξωτερική ζημιά από την παραγωγή του αγαθού. Αντικαθιστώντας την τιμή του άριστου φόρου μπορούμε να υπολογίσουμε το κοινωνικά άριστο επίπεδο παραγωγής:

$$Q^* = Q_c(t_c^*) = \frac{a-c-d}{b}$$

Το άριστο επίπεδο παραγωγή θα πωλείται στην τιμή $P^* = c+d$ ανά μονάδα.

Στο διάγραμμα 7.A.1 παρουσιάζεται διαγραμματικά η επιλογή του άριστου περιβαλλοντικού φόρου, ο οποίος όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 7 συνήθως αναφέρεται ως Pigouvian tax. Η επιβολή του φόρου αυξάνει το οριακό κόστος, μετατοπίζει την καμπύλη δηλαδή προς τα επάνω, και έτσι μεταφερόμαστε στην νέα ισορροπία (Q^*, P^*) . Η εσωτερίκευση του εξωτερικού κόστους d μας οδηγεί στην άριστη ισορροπία.



Διάγραμμα 7.A.1 Υπολογισμός άριστου περιβαλλοντικού φόρου στον τέλει ανταγωνισμό (Pigouvian tax)

2. Μονοπώλιο

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ο μονοπωλητής εξαγοράζει όλες τις επιχειρήσεις που προηγουμένως δρούσαν τέλεια ανταγωνιστικά. Με τον τρόπο αυτό η καμπύλη προσφοράς παραμένει η ίδια με την προηγούμενη περίπτωση και μας επιτρέπει άμεση σύγκριση.

Η λύση του προβλήματος του καταναλωτή παραμένει ίδια καθώς δεν έχουν επηρεαστεί οι προτιμήσεις του. Επομένως η συνάρτηση ζήτησης (2) παραμένει η ίδια.

Επιχειρήσεις:

Στην περίπτωση του μονοπωλίου, η τιμή δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από την ποσότητα, σύμφωνα με τη σχέση (2): $P = a - b \times Q$

$$\max_Q \Pi = P \times Q - c \times Q - t \times Q$$

Η συνθήκη πρώτης τάξης μας δίνει:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Q} = \frac{(a - b \times Q) \times Q}{\partial Q} - c - t = 0 \Rightarrow a - 2 \times b \times Q - c - t = 0 \Rightarrow Q = \frac{a - c - t}{2 \times b} \quad (9)$$

Κυβέρνηση:

Η κυβέρνηση όπως και στην περίπτωση του τέλει ανταγωνισμού επιλέγει τον άριστο φόρο μεγιστοποιώντας την συνάρτηση κοινωνικής ωφέλειας, πρόβλημα το οποίο δίνει την συνθήκη πρώτης τάξης (5).

Δημιουργούμε την συνάρτηση έμμεσης χρησιμότητα αντικαθιστώντας την (9) στην (1).

$$V = U(Q(t)) = \left[a - \frac{b}{2} \times Q \right] \times Q = \left[a - \frac{b}{2} \times \frac{a-c-t}{2 \times b} \right] \times \frac{a-c-t}{2 \times b} = \frac{(3 \times a + c + t) \times (a - c - t)}{8 \times b}$$

Παραγωγίζοντας την παραπάνω συνάρτηση ως προς το φόρο παίρνουμε:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{(a + c + t)}{4 \times b} \quad (10)$$

Παραγωγίζοντας την (9) ως προς τον φόρο παίρνουμε:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{1}{2 \times b} \quad (11)$$

Αντικαθιστώντας την (10) και (11) στην (5) μπορούμε να εκφράσουμε την συνθήκη πρώτης τάξης του προβλήματος της κυβέρνησης ως εξής:

$$(5) \xrightarrow{(10)} \xrightarrow{(11)} \frac{\partial SW}{\partial t} = -\frac{a + c + t}{4 \times b} + \frac{1}{2 \times b} \times c + \frac{1}{2 \times b} \times d = 0 \Rightarrow -a - c - t + 2 \times c + 2 \times d = 0 \Rightarrow$$

$$t = 2 \times d + c - a$$

Επομένως ο άριστος φόρος t_M^* (ή επιδότηση s_M^*) στην περίπτωση του μονοπωλίου είναι:

$$t_M^* (\text{ή } s_M^*) = d - (a - c - d) \quad (12)$$

Μπορούμε τώρα να εκφράσουμε τον άριστο φόρο στην περίπτωση του μονοπωλίου ως συνάρτηση του φόρου στην περίπτωση του τέλει ανταγωνισμού.

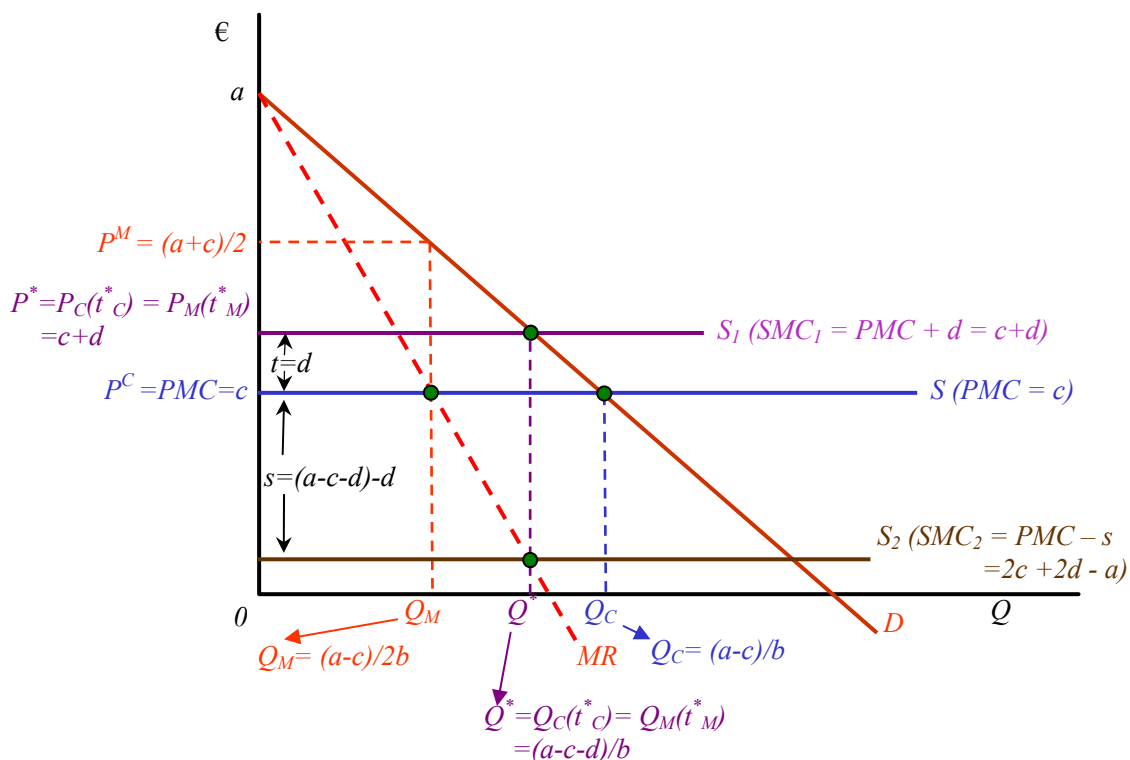
$$(12) \xrightarrow{(8)} t_M^* (\text{ή } s_M^*) = t_C^* - S$$

όπου $S = a - c - d$, είναι η επιδότηση ανά μονάδα προϊόντος που είναι απαραίτητη για να διορθώσει την στρέβλωση στην αγορά του προϊόντος λόγω της ύπαρξης του μονοπωλίου.

Στην περίπτωση που έχουμε δύο στρεβλώσεις στην αγορά: (1) περιβαλλοντικές ζημιές και (2) ατελή ανταγωνισμό, η κυβέρνηση προσπαθεί να διορθώσει και τις δύο αυτές στρεβλώσεις. Καθώς όμως έχει ένα εργαλείο στα χέρια της (φορολογία / επιδότηση) προσπαθεί να ενσωματώσει μέσα σε αυτό τη λύση και των δύο προβλημάτων. Για το λόγο αυτό ο άριστος φόρος / επιδότηση t_M^* αποτελείται από δύο διακριτά μέρη: (1) τον Pigouvian φόρο $t_C^* = d$, και (2) μία επιδότηση $S = a - c - d$ η οποία διορθώνει την στρέβλωση που δημιουργεί το μονοπώλιο. Εάν η περιβαλλοντική ζημιά είναι πιο σημαντική από την στρέβλωση του ανταγωνισμού

(δηλαδή εάν $d > (a - c - d)$) τότε το τελικό αποτέλεσμα θα είναι η επιβολή ενός φόρου t_M^* (μικρότερου πάντοτε από τον Ρίγουνιαν). Εάν η περιβαλλοντική ζημιά είναι λιγότερο σημαντική από την στρέβλωση του ανταγωνισμού (δηλαδή εάν $d < (a - c - d)$) τότε το τελικό αποτέλεσμα θα είναι μία επιδότηση s_M^* (μικρότερου πάντοτε από τον Ρίγουνιαν).

Στο διάγραμμα 7.A.2 παρουσιάζεται διαγραμματικά η επιλογή του άριστου φόρου / επιδότησης στην περίπτωση του μονοπωλίου. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα που απεικονίζει το διάγραμμα, η στρέβλωση της αγοράς λόγω μονοπωλίου είναι ισχυρότερη και επομένως το τελικό αποτέλεσμα είναι επιδότηση. Η επιδότηση μειώνει το οριακό κόστος, μετατοπίζει την καμπύλη δηλαδή προς τα κάτω, και έτσι μεταφερόμαστε στην νέα ισορροπία (Q^*, P^*) .



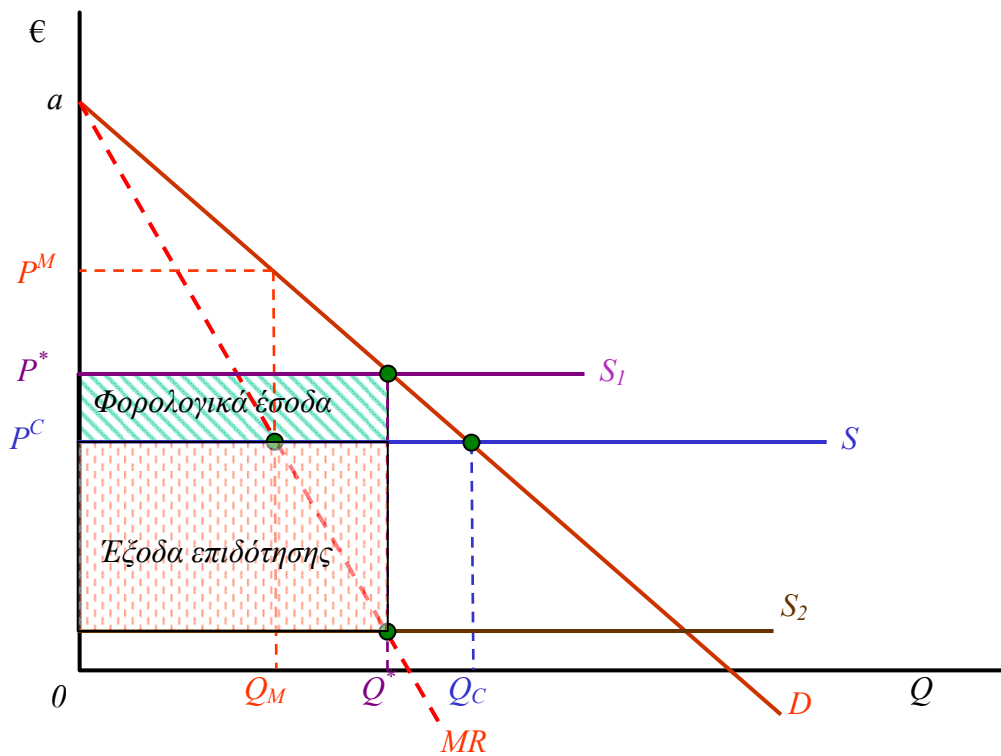
Διάγραμμα 7.A.2 Υπολογισμός άριστου φόρου ή επιδότησης στην περίπτωση συνδυασμού περιβαλλοντικής ζημιάς και μονοπωλίου

Αντικαθιστώντας την τιμή του άριστου φόρου / επιδότησης από την (12) στην (9) μπορούμε να υπολογίσουμε το κοινωνικά άριστο επίπεδο παραγωγής:

$$Q^* = Q_M(t_M^*) = \frac{a - c - d}{b}$$

Το άριστο επίπεδο παραγωγή θα πωλείται στην τιμή $P^* = c + d$ ανά μονάδα. Επομένως, βλέπουμε ότι ο συνδυασμός φόρου και επιδότησης οδηγεί πάλι στην αποδοτική λύση όπως και ο Ρίγουνιαν φόρος στον τέλει ανταγωνισμό.

Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι οι περιπτώσεις του τέλει ανταγωνισμού και του μονοπωλίου είναι ίδιες από την άποψη της κοινωνικής ευημερίας. Στην περίπτωση του τέλει ανταγωνισμού η κυβέρνηση έχει φορολογικά έσοδα ίσα με την γραμμοσκιασμένη περιοχή του διαγράμματος 7.Α.3. Σε αντίθεση, στην περίπτωση του μονοπωλίου, η κυβέρνηση έχει έξοδα ίσα με την σκιασμένη περιοχή του διαγράμματος 7.Α.3. Καθώς όπως γνωρίζουμε υπάρχει κόστος στην συλλογή χρημάτων από την κυβέρνηση, το συνολικό κοινωνικό κόστος των δύο περιπτώσεων διαφέρει σημαντικά.



Διάγραμμα 7.Α.3 Σύγκριση των περιπτώσεων τέλει ανταγωνισμού και μονοπωλίου